

Une nouvelle physique expliquerait ce qui semble être une tension irréconciliable entre les valeurs de constantes de Hubble et permettrait de calculer théoriquement H_0 de plusieurs manières

Cet article est une traduction libre autorisée d'un article paru en anglais :

A New Physics Would Explain What Looks Like an Irreconcilable Tension between the Values of Hubble Constants and Allows H_0 to Be Calculated Theoretically Several Ways, Journal of Modern Physics, 2021, vol. 12, no 12, pp. 1656-1707.

DOI: <https://doi.org/10.4236/jmp.2021.1212098>

Reçu : 1 Septembre, 2021

Accepté : 23 Octobre, 2021

Publié : 26 Octobre, 2021

Advenant qu'il y ait une différence, l'article en anglais prévaut.

Claude Mercier, ing.

Chercheur indépendant,
Baie-Comeau, Canada
Email: claude.mercier@cima.ca

Résumé

En observant les galaxies s'éloigner les unes des autres, Hubble a découvert l'expansion de l'univers en 1929 [1]. Sa loi qui donne la vitesse de fuite en fonction de la distance implique un facteur appelé constante de Hubble H_0 .

En 2019, un modèle cosmologique [2] prédisait une valeur de constante de Hubble de $H_0 \approx 72,09548580(32)$ km·s⁻¹·MParsec⁻¹. Ce modèle prédit également ce qui peut ressembler à deux valeurs possibles de H_0 . À partir de ce modèle, l'évaluation de la véritable équation de l'âge apparent de l'univers donne environ 14,14 milliards d'années. Avec des approximations, nous obtenons l'équation bien connue $1/H_0 \approx 13,56$ milliards d'années. Nous faisons l'hypothèse que lorsque ces âges sont forcés à égaler la formule $1/H_0$, nous obtenons deux valeurs différentes de H_0 d'environ 69,2 et 72,1 km·s⁻¹·MParsec⁻¹. Cette ambiguïté explique ce qui semblait être une tension irréconciliable entre deux valeurs de H_0 [3]. Avec un facteur de correction théorique de $\eta \approx 1,042516951$ appliqués sur la première valeur, les deux donnent la deuxième valeur.

Nous avons mesuré H_0 à partir de la température T du fond diffus de l'univers (en anglais : CMB = "Cosmological Microwave Background") et de la constante gravitationnelle universelle G :

$$H_0 \approx 72,06(90) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ de } T \text{ de la sonde Cobra \& l'équation (16)}$$

$$H_0 \approx 71,95(50) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ de } T \text{ de Partridge \& l'équation (16)}$$

$$H_0 \approx 72,086(36) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ de } G \text{ \& l'équation (34)}$$

$$H_0 \approx 72,105(36) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ de } G \text{ \& des équations (74), (75), ou (76)}$$

Avec 508 valeurs publiées, nous trouvons une valeur statistique d'environ $H_0 \approx 72,0957 \pm 0.33 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ qui valide notre H_0 théorique. Alors, nous trouvons 42 équations qui lient H_0 à différentes constantes de l'univers.

Mots clés

Constante de Hubble H_0 , tension en lien avec la constante de Hubble, âge de l'univers

1. Introduction

En astrophysique, la constante de Hubble H_0 [1] est un paramètre pour analyser l'univers. Néanmoins, c'est aussi la valeur la moins bien connue.

En 1916, Einstein trouvait les lois de la relativité générale [4]. Ses équations prédisent que l'univers est soit en expansion, soit en contraction. Il aurait pu être le premier à prédire l'expansion de l'univers, mais, influencé par l'idée populaire, Einstein a forcé son modèle à être statique à l'aide une constante cosmologique Λ . En 1922, Friedmann a montré, à partir de la relativité, que l'univers prenait de l'expansion à un rythme calculable [5]. En 1927, Georges Lemaitre publiait une recherche indépendante [6] qui donnait ce qui est maintenant connu sous le nom de la loi de Hubble. En 1929, Hubble découvrit l'expansion de l'univers [1]. L'Équation (1) donne la loi de Hubble, avec v qui est la vitesse de fuite en $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$, D qui est la distance entre les objets observés, et H_0 étant la constante de Hubble. Il mesura environ $H_0 \approx 500 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Sa haute valeur était causée par une erreur de calibration des céphéides utilisées pour évaluer les distances. La loi de Hubble était correcte, mais il était encore requis de trouver H_0 avec précision.

$$v = DH_0 \quad (1)$$

Les physiciens obtiennent H_0 en se basant sur les objets cosmiques lointains (Céphéides, supernovæ, géantes rouges, etc.) ou sur des mesures locales (CMB, la constante gravitationnelle universelle G , etc.). En incluant les marges d'erreur des valeurs publiées (voir logiciel en Annex A), H_0 est entre 19 à 174 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Cependant, deux valeurs sont souvent mesurées $\sim 69,2$ et $\sim 72,1 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Une tension irréconciliable entre quelques valeurs de H_0 devient évidente [3]. Même avec de bonnes précisions, leurs marges d'erreur ne se recoupent pas. Cela peut laisser penser n'y a qu'une de ces valeurs qui est correcte. Personne ne semble avoir considéré possible que les deux valeurs sont en quelque sorte correctes.

En 2019, nous avons écrit un article [2] expliquant ce qui peut sembler être deux valeurs de H_0 . Nous avons calculé l'âge de l'univers et avons obtenu un résultat de type complexe avec un âge apparent de l'univers de $\sim 14,4$ milliards d'années. L'équation complète peut s'approximer par $1/H_0$, ce qui donne $\sim 13,56$ milliards d'années. Nous notons qu'il y a une différence de $\sim 4,25\%$ entre la valeur approximée et non-approximée.

Les cosmologues utilisent $1/H_0$ pour calculer l'âge de l'univers. Ainsi, si nous pouvions mesurer l'âge apparent de l'univers sans approximation, nous pourrions conclure indûment que la constante de Hubble est $\sim 4,25\%$ plus basse qu'elle ne devrait l'être.

Nous faisons l'hypothèse que deux valeurs de H_0 sont en quelque sorte obtenues par une équation approximée et une non-approximée de l'âge apparent de l'univers. La confusion mène à une tension entre deux valeurs alors qu'il ne devrait y en avoir qu'une seule.

Nous résumons notre modèle de l'univers [2] pour obtenir H_0 en fonction de α , c , et r_e . Nous avons trouvé des manières de mesurer H_0 de manière locale en utilisant la température T du fond diffus cosmologique (CMB) et en utilisant la constante gravitationnelle universelle G [2][7]. En se basant sur notre modèle, nous

avons trouvé une équation théorique pour calculer H_0 à partir des valeurs du CODATA (Comité de Données pour la science et la Technologie) [8].

$$H_0 = \frac{c\alpha^{19}\sqrt{\beta}}{r_e} \approx 72,09548580(32) \times 10^{53} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (2)$$

$$\text{où } \beta = 3 - \sqrt{5} \approx 0,76$$

Nous voulons valider cette valeur théorique de H_0 et mettre en évidence la tension qui existe entre deux valeurs mesurées de H_0 . Nous faisons la liste des résultats des plus récentes mesures de H_0 et construisons un graphique qui montre en quelque sorte la popularité de chaque plage de valeurs de H_0 .

Nous faisons la liste de 42 équations de H_0 . Certaines réussissent à surmonter les difficultés causées par les mesures expérimentales. Nous utilisons une d'elles comme troisième moyen de mesurer H_0 . Notre modèle cosmologique montre que H_0 et la vitesse de la lumière ne sont pas constants.

2. Paramètres physiques

Une forme de notation compacte est utilisée pour montrer les tolérances (ex. : 2.734(10) K signifie 2.734 ± 0.010 K). Le CODATA 2014 [8] est utilisé pour comparer les résultats de nos nouvelles équations avec les articles publiés en 2019 et 2020.

| | |
|--|--|
| Vitesse de la lumière dans le vide | $c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| Perméabilité du vide | $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$ |
| Permittivité du vide | $\epsilon_0 \approx 8,854187817 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ |
| Constante gravitationnelle universelle | $G \approx 6,67408(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ |
| Masse de l'électron au repos | $m_e \approx 9,10938356(11) \times 10^{-31} \text{ kg}$ |
| Rayon classique de l'électron | $r_e \approx 2,8179403227(19) \times 10^{-15} \text{ m}$ |
| Charge de l'électron | $q_e \approx -1,6021766208(98) \times 10^{-19} \text{ C}$ |
| Longueur de Planck | $L_p \approx 1,616229(38) \times 10^{-35} \text{ m}$ |
| Temps de Planck | $t_p \approx 5,39116(13) \times 10^{-44} \text{ s}$ |
| Masse de Planck | $m_p \approx 2,176\ 470(51) \times 10^{-8} \text{ kg}$ |
| Constante de Planck | $h \approx 6,626070040(81) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ |
| Constante de structure fine | $\alpha \approx 7,2973525664(17) \times 10^{-3}$ |
| Constante de Boltzmann | $k_b \approx 1,38064852(79) \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ |
| Constante de Rydberg | $R_\infty \approx 10973731,568508(65) \text{ m}^{-1}$ |

3. Résumé de notre théorie

Notre théorie est basée sur un modèle cosmologique présenté officiellement en 2019 [2], mais qui résume des articles qui ont été écrits sur le site www.pragtec.com/physique depuis 2011. Nous allons commencer par rappeler quelques points importants tel que nous l'avons fait en 2020 [7].

3.1. Notre modèle cosmologique

Nous faisons l'hypothèse qu'il y avait une sphère en expansion contenant toute la matière lors du Big Bang. Il n'y avait aucune lumière. Après $\sim 360\ 000$ ans [8],

les électrons sont devenus libres de se mouvoir en raison de la plus faible densité de l'univers, et la lumière apparut et commença à voyager à travers l'espace, créant une sphère 4-D en expansion appelée "l'univers lumineux". Comme la matière ne peut pas voyager aussi vite que la lumière [10], cela a créé une plus petite sphère 4-D en expansion, "l'univers matériel", imbriquée dans "l'univers lumineux".

Einstein a trouvé que la présence d'un objet massif réduisait la vitesse de la lumière v_L [11]. Schwarzschild a calculé v_L dans un contexte d'un champ gravitationnel faible Φ en utilisant la relativité générale [12]. Avec $|\Phi| \ll c^2$ autour de la masse sphérique, l'Équation (3) donne v_L en fonction de c et d'un indice de réfraction local n_0 (qui est fonction de G) :

$$v_L(r) = \frac{c}{n_0} \quad \text{où} \quad n_0 = \sqrt{\frac{1 - 2\Phi/c^2}{1 + 2\Phi/c^2}} \quad \text{et} \quad \Phi = \frac{-Gm}{r} \leq 0 \quad (3)$$

Du point de vue d'un observateur situé sur Terre, c semble constant. Cependant, la connaissance d'une valeur précise de c date seulement du 19^{ème} siècle [14]. En 1929, Edwin Hubble a découvert que l'univers était en expansion [1]. Au fur et à mesure que le rayon apparent de l'univers augmente, la densité de ce dernier doit décroître au cours du temps, causant une diminution de l'indice de réfraction du vide. Le résultat est que cela provoque une lente accélération de la lumière.

Dans l'Équation (3), c est la vitesse limite locale de la lumière dans le vide dans notre région de l'univers. En admettant que la lumière accélère pendant que l'univers prend de l'expansion, sa vitesse tendra vers une vitesse limite asymptotique k affectée par un indice de réfraction local n . Pour l'instant, k est inconnu. Construisons l'Équation (4) qui est analogue à l'Équation (3) pour l'univers [2]. Notre parcelle d'univers est à une distance r_u du centre de masse apparent m_u de l'univers. La vitesse locale de la lumière c résulte de l'Équation (4).

$$c = \frac{k}{n} \quad \text{où} \quad n = \sqrt{\frac{1 - 2\Theta/k^2}{1 + 2\Theta/k^2}} \quad \text{et} \quad \Theta = \frac{-Gm_u}{r_u} \leq 0 \quad (4)$$

Similairement à r_u , la valeur R_u est le rayon de courbure apparent de l'univers lumineux [2][15] (aussi appelé rayon de Hubble [16]). C'est une fonction de c et H_0 . Elle est "apparente" puisque l'Équation (5) assume c constant pour une durée égale à l'âge de l'univers. Présentement, sa valeur est c , mais elle n'est pas constante dans notre modèle [2]. Elle était inférieure dans le passé et elle va augmenter pendant que l'univers prend de l'expansion. La valeur de H_0 représente le rythme d'expansion de l'univers matériel en $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ [1]. C'est la dérivée locale de la vitesse v_m de la matière pour à un élément de distance dr .

$$H_0 = \left. \frac{dv_m}{dr} \right|_{r=r_u} = \frac{\beta c}{r_u} = \frac{\beta c}{\beta R_u} \Rightarrow R_u = \frac{c}{H_0} \quad (5)$$

Localement, à une distance $r = r_u$, la matière s'éloigne radialement du centre de masse de l'univers β fois plus lentement que la vitesse de la lumière c .

$$r_u = \beta R_u = \frac{\beta c}{H_0} \quad (6)$$

La masse apparente m_u de l'univers est donnée par l'Équation (7) [15][17]:

$$m_u = \frac{c^3}{GH_0} = \frac{R_u c^2}{G} \quad (7)$$

Notre parcelle d'univers est à une distance r_u du centre de masse m_u . Elle voyage à une vitesse v_m relativement à cette dernière. Le ratio β est la vitesse asymptotique k dans le vide (lorsque R_u tend vers l'infini) influencé par un indice de réfraction n qui est lui-même influencé par un potentiel gravitationnel Θ .

$$v_m = \frac{\beta k}{n} \quad \text{où } n = \sqrt{\frac{1 - 2\Theta/k^2}{1 + 2\Theta/k^2}} \quad \text{et } \Theta = \frac{-Gm_u}{r_u} \quad (8)$$

Hubble a mesuré H_0 à partir du mouvement global des galaxies à notre emplacement [1], à r_u . Elles ont leur mouvement propre. Alors que l'univers prend de l'expansion, elles se déplacent généralement en s'éloignant les unes des autres. La dérivée de la vitesse de l'univers matériel v_m par rapport à un élément de distance dr évaluée à $r = r_u$ est H_0 [2].

$$H_0 = \frac{dv_m}{dr} \Big|_{r=r_u} = \frac{k\beta y}{r_u} \left(\frac{1}{(1+y)\sqrt{1-y^2}} \right) \quad \text{où } y = \frac{2Gm_u}{k^2 r_u} \quad (9)$$

La résolution des Équations (4), (5), (6), (7), et (9), donnent les Équations (10) à (14) [2]. Le rapport de vitesse d'expansion β entre l'univers matériel et lumineux est géométrique. C'est aussi le rapport entre r_u et R_u . Il est unique à notre modèle et essentiel pour décrire plusieurs constantes et faire des liens entre l'infiniment grand et l'infiniment petit dans l'hypothèse sur les grands nombres de Dirac [18][19].

$$k = c\sqrt{2+\sqrt{5}} \approx 6,17 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad (10)$$

$$\beta = 3 - \sqrt{5} \approx 0,764 \quad (11)$$

$$R_u \approx 1,28 \times 10^{26} \text{ m} \quad (12)$$

$$r_u \approx 9,80 \times 10^{25} \text{ m} \quad (13)$$

$$m_u \approx 1,73 \times 10^{53} \text{ kg} \quad (14)$$

3.2. Notre première méthode pour mesurer H_0 en fonction de T (à partir du fond diffus de l'univers, le CMB)

Les précisions de m_u , r_u , et R_u dépendent grandement de H_0 . La valeur de H_0 pourrait être entre 19 et 174 km·s⁻¹·MParsec⁻¹ (selon [54] et [107]). Alors, une meilleure méthode de mesure pour H_0 est requise pour connaître m_u , r_u , et R_u plus précisément.

Nous avons calculé la température T du fond diffus cosmologique en fonction de H_0 et G [2]. Cette équation considère que l'univers est un corps noir idéal puisqu'il absorbe toutes les radiations qui vient de l'extérieur et ne reflète ou ne transmet aucune forme d'énergie en dehors de l'univers lumineux (puisque il s'étend à la vitesse de la lumière).

$$T = \frac{\beta}{k_b} \left(\frac{15\alpha^2 h^3 c^5 H_0^2}{8\pi^6 G} \right)^{1/4} \quad (15)$$

Isolons H_0 de l'Équation (15). La précision dépend grandement de la température T du CMB. En utilisant $T \approx 2,736(17)$ K (de la sonde Cobra [21]), nous avons :

$$H_0(T) = \frac{\pi^3 T^2 k_b^2}{\beta^2 \alpha} \sqrt{\frac{8G}{15c^5 h^3}} \approx 72,06(90) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \quad (16)$$

Avec Partridge $T \approx 2,734(10)$ K, et $H_0 \approx 71,95(50)$ $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ [22]. Comme la valeur la moins précise est T , l'Équation (16) mesure H_0 à partir de la température du CMB. Ces valeurs mènent à de nouveaux liens et sont dans notre logiciel en Annexe A.

3.3. L'hypothèse des grands nombres de Dirac

Dirac a trouvé (pas précisément) que les grands nombres provenant de rapports possédant les mêmes dimensions arrivent dans quelques ordres de grandeurs [18][19]. Tous les rapports peuvent, via certains facteurs, découler de N , qui représente le nombre maximal de photos dans l'univers. Nous obtenons le nombre le plus grand quand la masse m_{ph} associée à un photon est la plus petite. Cette situation arrive quand l'énergie des photons est à son plus bas et que la longueur d'onde est la même circonférence que celle de l'univers lumineux (c'est-à-dire $2\pi R_u$) [2]. Calculons m_{ph} en faisant en sorte de faire égaler l'énergie corpusculaire et l'énergie ondulatoire.

$$m_{ph} c^2 = \frac{hc}{2\pi R_u} \Rightarrow m_{ph} = \frac{h}{2\pi R_u c} \approx 2,74 \times 10^{-69} \text{ kg} \quad (17)$$

Nous obtenons N en divisant la masse apparente m_u de l'univers (Équation (7)) par la masse m_{ph} associée au photon de longueur d'onde $2\pi R_u$ (Équation (17)).

$$N = \frac{m_u}{m_{ph}} = \frac{2\pi c^5}{hGH_0^2} \approx 6,3018(62) \times 10^{121} \quad (18)$$

Si nous essayons de faire une évaluation précise de N en utilisant les Équations (6), (7), (16), et (17), nous obtenons l'Équation (19) qui dépend principalement de T . Nous évaluons le résultat en utilisant le CODATA 2014 [8] et la température moyenne du CMB provenant de la sonde Cobra [21]. Finalement, mentionnons que N est sans dimensions tout comme α .

$$N = \frac{15h^2 \alpha^2 \beta^4 c^{10}}{4\pi^5 G^2 k_b^4 T^4} \approx 6,31(15) \times 10^{121} \quad (19)$$

En assumant que la constante de structure fine α est utilisée comme un facteur d'échelle appliqué plusieurs fois, nous postulons l'Équation (20). Il semble impossible d'obtenir cette équation à partir de la physique standard [2].

$$\text{POSTULAT #1: } N = 1/\alpha^{57} \approx 6,303419702(84) \times 10^{121} \quad (20)$$

Dans les prochaines formules, la température de Planck est $T_p \approx 1,42 \times 10^{32}$ K. C'est la plus haute température atteinte lors du Big Bang. Elle a lieu lorsque toute

la masse m_u est mise dans un bille ponctuelle possédant un rayon de la dimension de la longueur de Planck L_p . La charge de Planck est $q_p \approx 1,88 \times 10^{-18}$ C.

Les "grands" nombres sont obtenus avec N exposant une fraction, tel que $N^{1/2}$, $N^{1/3}$, $N^{1/4} \dots N^{1/57}$, etc. Nous obtenons ceux-ci de différentes façons en utilisant différent paramètres de l'univers [2]. Ils sont toujours sans unité. Certains viennent de l'hypothèse de Dirac sur les grands nombres [18][19]. Certains liens seront utilisés plus loin [2].

$$N^{2/3} = \frac{m_u \alpha}{m_e \beta^{1/2}} = \frac{R_u^2 \beta}{r_e^2} = \frac{m_p^4 \alpha^4}{m_e^4 \beta^2} = \frac{m_e^2 \beta}{m_{ph}^2 \alpha^2} \approx 1,58 \times 10^{81} \quad (21)$$

$$N^{1/2} = \frac{m_p}{m_{ph}} = \frac{R_u}{L_p} = \frac{1}{t_p H_0} = \frac{2\pi T_p k_b}{h H_0} = \frac{-1}{q_e} \sqrt{\frac{4\pi m_u R_u \alpha}{\mu_0}} \approx 7,94 \times 10^{60} \quad (22)$$

$$N^{1/3} = \frac{m_u r_e \alpha}{m_e R_u \beta} = \frac{m_e \sqrt{\beta}}{m_{ph} \alpha} = \frac{R_u \sqrt{\beta}}{r_e} = \frac{\alpha q_e^2}{4\pi \varepsilon_0 G \beta m_e^2} \approx 3,99 \times 10^{40} \quad (23)$$

$$N^{1/4} = \frac{T_p}{T} \left(\frac{15\beta^4 \alpha^2}{\pi^3} \right)^{1/4} = \frac{k_b T}{m_{ph} c^2} \left(\frac{\pi^3}{15\beta^4 \alpha^2} \right)^{1/4} \approx 2,82 \times 10^{30} \quad (24)$$

$$N^{1/6} = \frac{r_e}{L_p \sqrt{\beta}} = \frac{m_p \alpha}{m_e \sqrt{\beta}} = \frac{\alpha^3}{4\pi R_\infty L_p \sqrt{\beta}} = \frac{2\pi r_e k_b T_p}{hc \sqrt{\beta}} \approx 1,99 \times 10^{20} \quad (25)$$

$$N^{1/16} = \left(\frac{4\pi c R_\infty \sqrt{\beta}}{H_0} \right)^{57/256} = \left(\frac{\beta T_p}{T} \right)^{1/4} \left(\frac{15\alpha^2}{\pi^3} \right)^{1/16} \approx 4,10 \times 10^7 \quad (26)$$

$$N^{1/19} = \frac{1}{4\pi R_\infty r_e} = \left(\frac{\beta m_e^2}{m_{ph}^2} \right)^{1/12} = 16\pi^2 \beta L_p R_u R_\infty^2 \sqrt{\alpha} \approx 2,57 \times 10^6 \quad (27)$$

$$N^{1/57} = \frac{q_p^2}{q_e^2} = \left(\frac{m_p^2}{m_e^2 \beta} \right)^{1/21} = \left(\frac{q_e^2}{4\pi \beta \varepsilon_0 G m_e^2} \right)^{1/20} = \frac{1}{\alpha} \approx 137 \quad (28)$$

Dans un document non-publié [20], nous montrons au-dessus de 150 liens qui donnent N avec différents paramètres. L'univers est intimement lié entre l'infiniment grand et l'infiniment petit. Presque tout change pendant que l'univers prends de l'expansion.

3.4. Calcul précis de H_0

Contrairement à l'Équation (16), nous cherchons une équation qui n'utilise pas G et T pour obtenir H_0 puisqu'ils n'ont pas de grandes précisions. Habituellement, G intervient dans les calculs de la force et l'énergie gravitationnelles. Sans donner tous les détails (voir [2][7]), calculons l'énergie électrique E_e entre deux électrons séparés par un espace égal au rayon classique de l'électron r_e . L'énergie électrique E_e n'est pas lié à la distance puisque nous obtenons $E_e = m_e c^2$. Nous évaluons l'énergie gravitationnelle dans les mêmes conditions en trouvant $E_g = G m_e^2 / r_e$. Si ces expériences sont réalisées en périphérie de l'univers lumineux, nous obtenons

une énergie électrique $E'_e = E_e$ et une énergie gravitationnelle $E'_g = E_g/\beta$. Le rapport entre E'_e et E'_g donne l'Équation (29).

$$\frac{E'_e}{E'_g} = \frac{\frac{m_e c^2}{r_e}}{\left(\frac{G m_e^2 \beta}{r_e}\right)} = \frac{c^2 r_e}{G m_e \beta} \approx 5,45 \times 10^{42} \quad (29)$$

Comme dans l'Équation (20), nous réalisons que la constante de structure fine α joue un rôle dans la détermination des ordres de grandeurs. En ajustant l'exposant de la constante de structure fine α , nous obtenons un résultat identique à l'Équation (29).

$$\frac{1}{\alpha^{20}} \approx 5,45 \times 10^{42} \quad (30)$$

Les équations (29) et (30) semblent égales. En isolant G , nous obtenons une équation qui devient le postulat #2. Nous ne pouvons pas déduire cette équation de la physique standard.

$$\text{POSTULAT } \#2: G = \frac{c^2 r_e \alpha^{20}}{m_e \beta} \approx 6,673229809(86) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \quad (31)$$

$$\text{Où } \beta = 3 - \sqrt{5}$$

Nous associons l'énergie ondulatoire avec l'énergie de masse m_e d'un électron.

$$m_e c^2 = \frac{hc\alpha}{2\pi r_e} \quad (32)$$

Avec les Équations (20), (31), et (32), nous obtenons l'Équation (33).

$$H_0 = \frac{c \alpha^{19} \sqrt{\beta}}{r_e} \approx 72,09548580(32) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (33)$$

Cette valeur est comme Soltis avec $72,1 \pm 2,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$, Murtinelli avec $72,1^{+2,1}_{-1,8} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$, et Salvatelli avec $72,1^{+3,2}_{-2,3} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$ (voir la liste des valeurs dans le logiciel en Annexe A). Alors, notre valeur théorique semble avoir un certain sens.

3.5. Notre seconde méthode pour mesurer H_0 en fonction de G

Nous voulons trouver une seconde manière de mesurer H_0 en fonction de G . Nous devons utiliser des paramètres précis, tel que α et les caractéristiques de l'électron (m_e et r_e). Nous recherchons une équation dépendante de G sans aucun exposant rationnel qui réduirait la sensibilité. Nous pouvons utiliser les Équations (31) et (33). À partir de chacun d'entre elles, nous isolons r_e , et nous les faisons égaler pour obtenir H_0 . Comme G est la valeur la moins précise, l'Équation (34) évalue H_0 en fonction de G . Nous utilisons les valeurs du CODATA 2014.

$$H_0 = \frac{c^3 \alpha^{39}}{G m_e \sqrt{\beta}} \approx 72,086(36) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (34)$$

Ce résultat est environ 25 fois plus précis que l'Équation (16) qui utilise la température moyenne T du CMB. Nous avons inclus ce résultat dans notre logiciel présenté dans l'Annexe A.

4. La constante de Hubble versus l'âge de l'univers

Nous calculons l'âge de l'univers avec notre modèle cosmologique pour comprendre ce qui semble être deux valeurs potentielles de H_0 . Nous mesurons H_0 en observant des objets cosmologiques. L'âge de l'univers Δt_u est de type complexe et est le résultat de l'intégrale de l'inverse de la vitesse d'expansion de l'univers matériel v_m avec l'élément de distance dr évalué entre le centre de masse de l'univers (à $r = 0$) et le rayon de courbure apparent à notre position r_u .

$$\Delta t_u = \int_{r=0}^{r=r_u} \frac{1}{v_m(r)} dr = \Delta t_{hu} + \Delta t_{0h} \quad (35)$$

La valeur Δt_{hu} est le temps écoulé entre l'horizon ($r = r_h$) et ici ($r = r_u$) :

$$\Delta t_{hu} = \int_{r=r_h}^{r=r_u} \frac{1}{v_m(r)} dr \quad (\text{Résultat de type réel}) \quad (36)$$

La valeur Δt_{0h} est le temps écoulé entre $r = 0$ et l'horizon $r = r_h$:

$$\Delta t_{0h} = \int_{r=0}^{r=r_h} \frac{1}{v_m(r)} dr \quad (\text{Résultat de type imaginaire}) \quad (37)$$

À l'horizon de l'univers $r = r_h$, la vitesse de la lumière est zéro. Nous ne pouvons pas regarder au-delà de l'horizon. Le délai Δt_{hu} est le temps écoulé entre l'horizon r_h à notre position actuelle r_u dans l'univers. Le délai Δt_{0h} est le temps écoulé entre le centre de masse de l'univers et l'horizon r_h (qui donne l'Équation (38)).

$$r_h = \frac{2Gm_u}{k^2} \quad (38)$$

En faisant l'intégrale de l'Équation (35), nous obtenons l'Équation (39).

$$\int \frac{1}{v_m(r)} dr = \frac{\left(z(r) + 2G \cdot m_u \ln \left(2 \left[k^2 r + z(r) \right] \right) \right)}{\beta k^3} \quad (39)$$

où $z(r) = \sqrt{k^4 r^2 - 4G^2 m_u^2}$

Nous pouvons décomposer l'âge de l'univers Δt_u en deux parties, Δt_{hu} et Δt_{0h} . La valeur Δt_{hu} représente le temps écoulé entre $r = r_h$ (à l'horizon) et à notre position actuelle $r = r_u$ dans l'univers. La valeur Δt_{0h} donne le temps écoulé entre $r = 0$ (lors du Big Bang) et $r = r_h$ (à l'horizon).

$$\Delta t_u = \Delta t_{hu} + \Delta t_{0h} \approx (9,50 + 10,47i) \times 10^9 \text{ ans} \quad \text{où } i = \sqrt{-1} \quad (40)$$

Le temps imaginaire Δt_{0h} signifie qu'il s'écoule de manière indépendante de notre temps. Nous ne pouvons pas voir un événement entre $r = 0$ et $r = r_h$, et un observateur situé entre $r = 0$ et r_h ne peut pas nous voir. L'équation de Δt_{hu} est :

$$\Delta t_{hu} = \frac{1}{H_0} \left(\frac{\left(\omega + 2 \ln \left[\omega + \beta (2 + \sqrt{5}) \right] - \ln(4) \right)^2}{\sqrt{22 + 10\sqrt{5}}} \right) \approx \frac{7}{10H_0} \quad (41)$$

$$\text{Où } \omega = \sqrt{\beta^2 (9 + 4\sqrt{5}) - 4}$$

L'équation précise de Δt_{0h} est :

$$\Delta t_{0h} = \frac{-(2 + \pi)}{H_0 \sqrt{22 + 10\sqrt{5}}} i \approx \frac{-77}{100H_0} i \quad (42)$$

Le module de l'âge complexe Δt_u donne l'âge apparent de l'univers T_u .

$$T_u = |\Delta t_u| = |\Delta_{hu} + \Delta t_{0h}| = \sqrt{(\Delta t_{hu})^2 + (\Delta t_{0h}i)^2} \approx 14,14 \times 10^9 \text{ années} \quad (43)$$

$$T_u = \frac{1}{H_0} \sqrt{\left(\frac{(\omega + 2\ln[\omega + \beta(2 + \sqrt{5})] - \ln(4))^2}{\sqrt{22 + 10\sqrt{5}}} \right)^2 + \left(\left[\frac{-(2 + \pi)}{\sqrt{22 + 10\sqrt{5}}} \right] i \right)^2} \quad (44)$$

$\eta \approx 1$ (avec environ 4,25 % d'erreur)

Comme la racine carrée située au-dessus de l'accolade est approximativement égale à 1, nous obtenons :

$$T_u \approx \frac{1}{H_0} \approx 13,56 \times 10^9 \text{ années} \quad (45)$$

La valeur du facteur de correction entre les Équations (43) et (45) est η .

$$\eta = H_0 T_u = H_0 \sqrt{(\Delta t_{hu})^2 + (\Delta t_{0h}i)^2} \approx 1,042516951 \quad (46)$$

L'existence de η explique pourquoi les scientifiques mesurent couramment 2 valeurs de H_0 . Les scientifiques peuvent seulement évaluer la grandeur de l'âge apparent de l'univers par différentes techniques. Ils ne peuvent pas mesurer la partie réelle et la partie imaginaire de l'âge de l'univers.

Il n'y a pas de valeur "locale" ou "éloignée" de H_0 . Il n'y a qu'un H_0 . Certaines techniques donnent H_0 directement, et d'autres ont besoin d'un facteur de correction. Il n'est pas requis d'avoir un quelconque facteur de correction lorsque H_0 est calculé à partir de l'Équation (33) qui est mesurée à partir de la température du CMB avec l'Équation (16), ou avec la constante gravitationnelle universelle G avec l'Équation (34). D'autres techniques peuvent donner des résultats similaires à celui de l'Équation (43), et si nous imposons que cette valeur coïncide avec l'Équation (45), nous obtenons H'_0 .

$$H'_0 = \frac{1}{|\Delta t_u|} \approx \frac{1}{14,14 \times 10^9 \text{ ans}} \approx \frac{H_0}{\eta} \approx 69,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (47)$$

Cependant, l'Équation (45) donne la valeur actuelle de H_0 :

$$H_0 \approx \frac{1}{13,56 \times 10^9 \text{ ans}} \approx 72,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (48)$$

Si les scientifiques pouvaient mesurer la partie réelle de l'âge de l'univers et associer cette valeur à $1/H_0$, ils obtiendraient la valeur suivante :

$$H_0 \approx \frac{1}{9,50 \times 10^9 \text{ ans}} \approx 102,94 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (49)$$

Si les scientifiques pouvaient mesurer la partie imaginaire d'une manière quelconque, l'association de cette valeur avec $1/H_0$ (comme dans l'Équation (45)) donnerait la valeur suivante de H_0 :

$$H_0 \approx \frac{1}{10,47 \times 10^9 \text{ ans}} \approx 93,39 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (50)$$

Avec différents types d'expériences pour mesurer l'âge apparent de l'univers, les scientifiques obtiennent habituellement soit $\sim H_0 \approx 69,2$ ou $\sim 72,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$. Nous assumons que tous les facteurs de calibrage sont utilisés. De nouvelles techniques pourraient nécessiter d'autres facteurs de correction pour ne plus avoir rien

à avoir avec le phénomène relaté.

Ces articles donnent rarement suffisamment de détails pour vérifier si le procédé utilisé nécessite l'utilisation de η . Les scientifiques doivent vérifier si le facteur η est requis dans leur approche.

5. Autres mesures expérimentales de la constante de Hubble H_0

En 1929, Hubble faisait sa première mesure basée sur les observations de céphéides et il a obtenu $H_0 \approx 500 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ ^[1]. Mais, même avec le bon principe, sa valeur était supérieure à la valeur typique en raison d'erreurs de calibration.

Validons notre H_0 théorique avec une interprétation adéquate de 508 mesures trouvées sur Internet. Les extrémités de leurs plages de tolérances donnent 1016 données. Pour trouver la valeur de H_0 qui a la plus grande probabilité d'être mesurée, nous compilons les nombres de croisements avec les plages de tolérances pour chaque valeur de H_0 . Cela génère une courbe avec deux sommets (Figure 1). Plus la courbe est haute, plus il y a de chances que la valeur de H_0 fasse partie de plusieurs plages de tolérance parmi les données collectées.

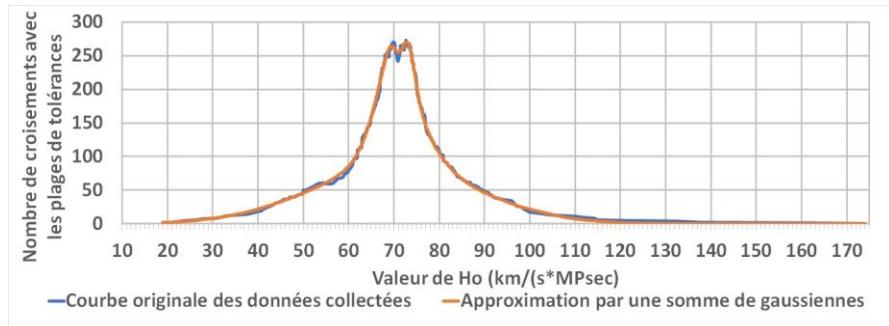


Figure 1) Nombre de croisements avec différentes plages de tolérance en fonction de la constante H_0 .

Un simple phénomène statistique peut ne pas décrire une fonction gaussienne. Pour s'ajuster à une courbe pleine d'ondulations, il est nécessaire de faire la somme de plusieurs gaussiennes. Un modèle plus simple avec moins de degrés de liberté doit toujours être privilégié.

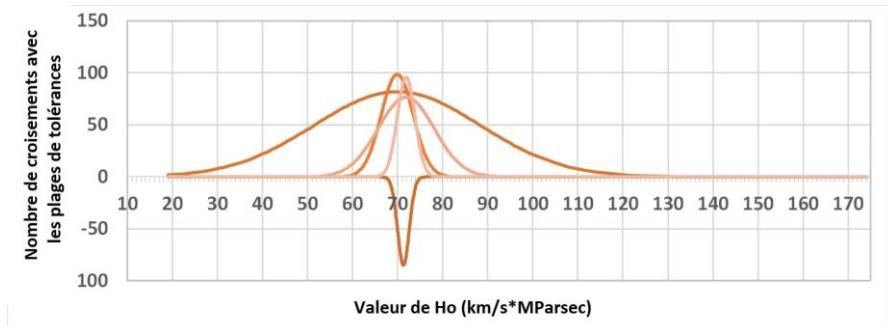


Figure 2) Courbes gaussiennes utilisées pour approximer la courbe originale de la Figure 1).

Un ajustement de la courbe est fait en sommant différentes gaussiennes (montrées en Figure 2). Un meilleur ajustement du fossé réduit les risque de trouver d'autres résultats. Alors, nous donnons un poids supérieur ($\times 10$) à toutes les données localisées entre $69,2$ et $72,1 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ (de notre théorie). Nous avons essayé avec et sans cette approche, et nous obtenons à peu près le même résultat. Mais, comme l'ajustement du fossé est meilleur, nous conserverons cette approche.

Chaque sommet dans la Figure 1) est approximée dans la Figure 2) avec deux gaussiennes positives. Nous forçons ces courbes à être autour de deux moyennes, même s'il y a quatre courbes positives. Cela enlève deux degrés de liberté. Nous devons ajouter une gaussienne négative pour modéliser le fossé entre les deux valeurs moyennes. Nous devons élaborer sur cette gaussienne négative. Notre théorie prédit "deux valeurs proches" de H_0 . Sur la courbe, un fossé profond apparaît. Il est impossible d'obtenir un tel fossé en ajoutant simplement des gaussiennes positives qui donne deux petites bosses sans fossé. Pour obtenir un réel fossé, nous devons ajouter une gaussienne négative. Voyons en Figure 3) ce que ressemblerait l'ajustement de courbe sans la gaussienne négative. Puisque les sommets sont proches, ils se mélangent pour ne donner qu'un seul sommet.

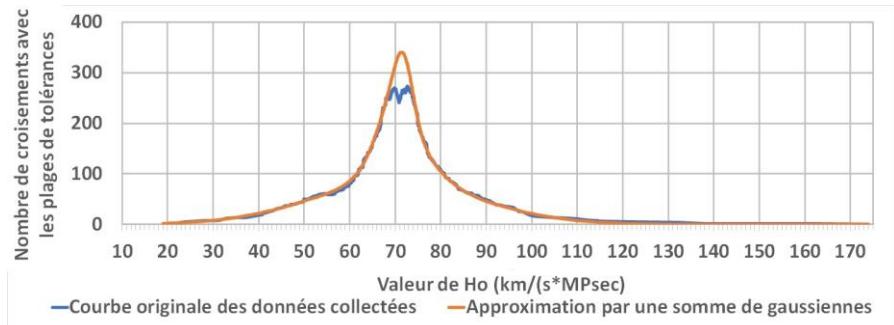


Figure 3) Courbe approximée (sommet orange) sans gaussienne négative.

La somme des gaussiennes en Figure 3) trouve un sommet autour de $H_0 \approx 71,11 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Le résultat n'est pas proche de notre valeur théorique de $H_0 \approx 72,09548580 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ (Équation (33)), mais il est environ ce qui serait trouvé si des statistiques étaient utilisées à travers l'ensemble des données, en pensant qu'il devrait y avoir un seul sommet. En outre, Jang & Lee ont montré une valeur similaire avec $H_0 \approx 71,17 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ qui supposément réduit la tension entre les valeurs obtenues par les céphéides (calibrées sur SNe Ia) et le CMB [145].

En Figure 1), deux groupes autour de $H_0 \approx 69,7$ et $71,8 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$ sont trouvés. Il est connu qu'il y a présentement une tension entre deux groupes [3]. Un fossé significatif apparaît entre les deux sommets. La seule manière de créer un tel fossé est d'enlever des données près d'une valeur spécifique. Cela créerait une gaussienne négative tel qu'en Figure 2). Il est délicat de débattre pourquoi quelques données ont été enlevées. Cela peut être intentionnel ou non. Dans le

passé, il était difficile de voir la différence entre les deux groupes. Maintenant, les tolérances sont suffisamment petites pour clairement voir les deux groupes. Avec des tensions grandissantes entre les deux clans, certains pourraient être enclins à réduire ou déplacer certaines plages de tolérance quand elles recoupent les valeurs voisines.

En Figure 4), nous appliquons η sur les courbes situées autour de $H_0 \approx 69,882 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Ensuite, toutes les courbes se situent autour de $H_0 \approx 72,36 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Ensuite, avec les courbes de la Figure 4), nous construisons une courbe en Figure 5). Figure 6) est une zoom de son sommet.

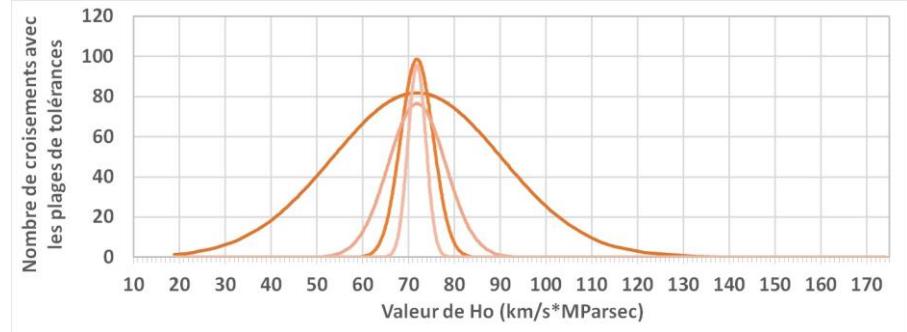


Figure 4) Courbes gaussiennes modifiées avec un facteur correctif η

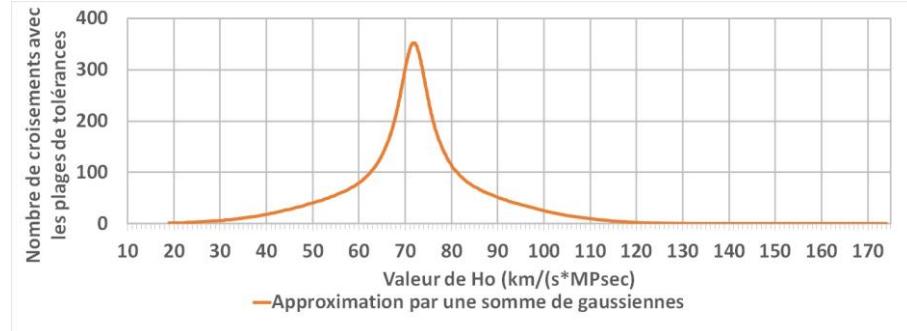


Figure 5) Résultat de la sommation des 4 courbes gaussiennes de la Figure 4)

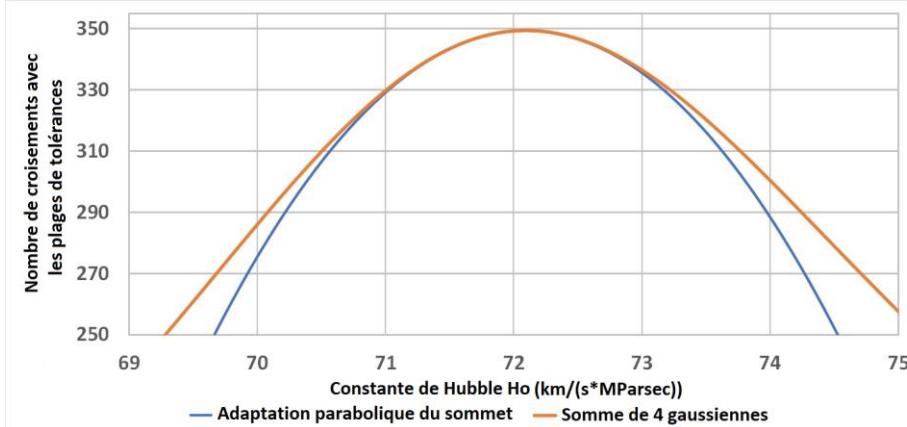


Figure 6) Zoom du sommet de la Figure 5) + ajustement de courbe parabolique

Nous voulons savoir la valeur précise de H_0 pour laquelle la dérivée de la sommation des gaussiennes est 0. Cette valeur correspond à la plus haute probabilité d'avoir la vraie valeur de H_0 . Malheureusement, la dérivée d'une sommation de gaussienne n'est pas une équation facile à obtenir dans un logiciel. Nous utiliserons plutôt une technique numérique pour l'obtenir. En Figure 6), nous montrons un zoom d'un ajustement de courbe à l'aide d'une courbe quadratique autour de la valeur du sommet. En utilisant cette équation, nous prenons la dérivée pour trouver son maximum. L'équation quadratique a la forme suivante :

$$y(x) = Ax^2 + Bx + C \quad (51)$$

$$\text{Au sommet, la pente est : } y'(x) = \frac{dx}{dy} = 2Ax + B = 0 \rightarrow x = \frac{-B}{2A}$$

Où $x = H_0$ $y = \text{nombre de croisements avec les différentes plages de tolérances}$

$$H_0 = \frac{-B}{2A} \approx \frac{2423,2459592464}{2 \cdot 16,8057572117} \approx 72,0957088907 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (52)$$

Ce résultat est bien centré sur notre valeur théorique en dedans de 3 parties par million. Notre approche considère que les deux clans sont d'une certaine manière corrects. En effet, leurs approches et différents résultats mettent également en évidence un nouveau phénomène. Cela donne du crédit à notre théorie en montrant un âge de l'univers de type complexe qui prédit quelques fausses valeurs de H_0 .

Nous avons 508 données. Chacune a une plage de tolérance (qui peut être symétrique ou non) qui génère deux valeurs de H_0 . Par conséquent, nous finissons avec un total de $i_{\max} = 1016$ données. L'équation suivante décrit l'erreur statistique e_t :

$$e_t \approx \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=i_{\max}} e_i^2}}{i_{\max}} \quad (53)$$

Nous mentionnons qu'il y a 16 valeurs de H_0 dans notre logiciel en Annex A qui proviennent de statistiques. Nous les avons conservés car certains sont mélangés avec de nouvelles informations précieuses. Alors, nous modifions l'Équation (53) pour les enlever afin de réduire leur impact sur l'erreur totale e_t . Nous utilisons l'équation suivante où $n = 2 \times 16 = 32$ (chaque donnée génère deux valeurs de H_0) est le nombre d'éléments qui doivent être exclus de notre échantillon. L'erreur totale e_t diminue selon la racine carrée du nombre d'éléments inclus dans notre échantillon.

$$e_t \approx \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=i_{\max}} e_i^2}}{i_{\max}} \cdot \left[\frac{\sqrt{i_{\max}}}{\sqrt{i_{\max} - n}} \right] \quad (54)$$

Si $n = 0$, nous retrouvons l'Équation (53). Avec $i_{\max} = 1016$, l'Équation (53) donne $e_t \approx \pm 0,32 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$. Avec $i_{\max} = 1016$ et $n = 32$, l'Équation (54) s'arrondit à $e_t \approx \pm 0,33 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$. Ces n éléments n'ont qu'un léger impact.

$$H_0 \approx 72,0957 \pm 0,33 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (55)$$

En Annexe A, nous fournissons le logiciel utilisé pour obtenir ce résultat. Toutes les étapes principales énumérées sont clairement montrées dans cet article. Le

logiciel utilise des valeurs de départ (trouvées via Excel) pour ajuster la courbe initiale avec 5 gaussiennes (#0 to #4 pour utiliser les mêmes nombres que dans le logiciel). Chaque gaussienne utilise trois paramètres : μ est la valeur moyenne, σ représente la variance, et m est un facteur multiplicatif.

$$f(H_0) \approx \frac{m}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1(H_0-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (56)$$

Voici les valeurs des 5 gaussiennes utilisées pour s'ajuster à la courbe originale :

| Gaussienne # | μ | σ | m |
|--------------|--------|----------|--------|
| 0 | 71,271 | 1,286 | -272,7 |
| 1 | 69,882 | 18,422 | 3777,7 |
| 2 | | 3,554 | 877,9 |
| 3 | 71,870 | 6,259 | 1199,2 |
| 4 | | 1,963 | 470,4 |

(57)

Pour les gaussiennes #1 et #2, nous forçons le logiciel à utiliser la même valeur moyenne. Nous faisons la même chose avec les gaussiennes #3 et #4. Nous notons que la valeur du facteur multiplicatif m de la gaussienne #0 est négatif. Avec ces valeurs, nous arrêtons d'itérer quand la somme des carrés des erreurs est inférieure à 22000. Nous voyons en Figure 1) que la courbe approximée obtenue s'adapte bien à la courbe originale. Dans notre logiciel (Annexe A), les itérations démarrent avec des valeurs proches de ce qu'elles devraient être.

La spécificité de notre approche est de dire que les deux clans sont en quelque sorte corrects. Cependant, nous devons appliquer un facteur correctif sur une des deux valeurs. Indirectement, cela donne du crédit à un âge complexe de l'univers pour prédire quelques fausses valeurs de H_0 .

Après avoir lu cet article, les scientifiques devraient continuer leur travail tel qu'ils le faisaient, sans appliquer un quelconque facteur correctif à leur données brutes. Le facteur correctif doit seulement être utilisé sur la gaussienne finale pour analyser les données.

6. Un rappel de différentes identités utiles

Pour éviter de se répéter inutilement, nous rappelons différentes identités qui seront utilisées plus tard pour déterminer H_0 . Les unités de Planck sont communément définies comme suit :

$$\text{La masse de Plank : } m_p = \sqrt{\frac{hc}{2\pi G}} \approx 2,18 \times 10^{-8} \text{ kg} \quad (58)$$

$$\text{Le temps de Plank : } t_p = \sqrt{\frac{hG}{2\pi c^5}} = \frac{L_p}{c} \approx 5,91 \times 10^{-44} \text{ s} \quad (59)$$

$$\text{La longueur de Plank : } L_p = \sqrt{\frac{hG}{2\pi c^3}} = ct_p \approx 1,61 \times 10^{-35} \text{ m} \quad (60)$$

$$\text{La température de Plank : } T_p = \sqrt{\frac{hc^3}{2\pi G k_b^2}} = \frac{m_p c^2}{k_b} \approx 1,42 \times 10^{32} \text{ K} \quad (61)$$

$$\text{La charge de Planck : } q_p = \sqrt{2ch\varepsilon_0} = \frac{-q_e}{\sqrt{\alpha}} \approx 1,88 \times 10^{-18} C \quad (62)$$

La constante de structure fine α est liée à la constante de Rydberg R_∞ et la masse

de l'électron m_e par les équations suivantes :

$$R_\infty = \frac{cm_e\alpha^2}{2h} \quad (63)$$

La vitesse de la lumière c est donnée en fonction de μ_0 et ε_0 .

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \quad (64)$$

En associant l'énergie de masse d'une particule de Planck avec son énergie ondulatoire et en utilisant les Équations (31), (32), (64), et (62), nous obtenons la charge de Planck q_p définie de plusieurs manière en fonction de c , G , et h comme pour les autres unités de Planck.

$$q_p = \sqrt{\frac{2h}{c\mu_0}} = \sqrt{\frac{4\pi m_p L_p}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{\beta G h^2}{\pi\mu_0 r_e^2 c^4 \alpha^{19}}} \quad (65)$$

La charge de l'électron est déterminée à partir de la masse de l'électron m_e , le rayon classique de l'électron r_e et la perméabilité du vide μ_0 .

$$q_e = \sqrt{\frac{4\pi m_e r_e}{\mu_0}} \approx -1,60 \times 10^{-19} C \quad (66)$$

Calculons la valeur précise de la température moyenne T du CMB. Nous commençons par faire égaler les Équations (16) et (33). Ensuite, nous remplaçons G par l'Équation (31), et nous éliminons la constante de Planck h en la remplaçant par sa valeur de l'Équation (32).

$$T = \frac{m_e c^2}{k_b} \left(\frac{15\beta^6 \alpha^{17}}{\pi^3} \right)^{1/4} \approx 2,7367958(16) K \quad (67)$$

Cette température du CMB est similaire à Kimura avec 2,737 K [23].

7. Différentes équations pour calculer H_0

Pour des besoins académiques et pour montrer l'interdépendance de H_0 avec les autres "constantes", nous allons énumérer des équations qui utilisent divers paramètres de l'univers. Certaines surmontent les difficultés inhérentes aux mesures de H_0 et montre certaines voies de contournement pour obtenir sa valeur précise. Nous allons aussi trouver d'autres qui dépendent de valeurs intéressantes ou certaines plus précises. En utilisant les constantes c , k_b , T , m_e , r_e , h , G , μ_0 , ε_0 , m_u , R_u , R_∞ , q_e , q_p , t_p , I_p , T_p , m_p , m_{ph} , et β , nous trouvons plusieurs autres équations.

Le paramètre H_0 n'est pas constant puisque $1/H_0$ représente une approximation de l'âge apparent de l'univers, et H_0 devient de plus en plus petit au cours du temps. Comme l'univers est vieux, H_0 change lentement. Si la constance de tous les paramètres de l'univers est maintenue comme c'est présentement le cas en métrologie, l'âge de l'univers et H_0 vont sembler constants.

Les résultats de 508 expériences différentes réduisent l'erreur par $508^{1/2} \approx 22,5$. Cela peut sembler être un nombre significatif, mais ce n'est rien à côté de ce qu'il a été fait pour mesurer les caractéristiques de l'électron de manière précise. Les accélérateurs de particules utilisent des millions d'électrons à chaque expérience, et ils répètent celles-ci plusieurs fois pour trouver quelque chose de nouveau. Les ordinateurs analysent les résultats des collisions pour rendre les caractéristiques

des électrons de plus en plus précisément. C'est pourquoi il n'y a pas de manière d'obtenir de meilleurs résultats que celui de l'Équation (33) puisqu'il est basé sur les caractéristiques de l'électron qui sont très bien connues. Nous verrons plus loin que plusieurs autres équations donnent des résultats précis.

En remplaçant G par l'Équation (31) dans l'Équation (16), nous obtenons l'Équation (68).

$$H_0 = \pi^3 k_b^2 T^2 \alpha^9 \sqrt{\frac{8r_e}{15m_e c^3 h^3 \beta^5}} \quad (68)$$

En remplaçant h dans l'Équation (68) en utilisant l'Équation (32), nous obtenons l'Équation (69).

$$H_0 = k_b^2 T^2 \sqrt{\frac{\pi^3 \alpha^{21}}{15r_e^2 m_e^4 \beta^5 c^6}} \quad (69)$$

En remplaçant h dans l'Équation (16) en utilisant l'Équation (32), nous obtenons l'Équation (70).

$$H_0 = \frac{k_b^2 T^2}{\beta^2} \sqrt{\frac{\pi^3 G \alpha}{15r_e^3 m_e^3 c^8}} \quad (70)$$

En remplaçant T dans l'Équation (70) en utilisant l'Équation (67), nous obtenons l'Équation (71).

$$H_0 = \beta \alpha^9 \sqrt{\frac{G m_e}{r_e^3}} \quad (71)$$

En utilisant l'Équation (32) dans l'Équation (33), nous obtenons l'Équation (72).

$$H_0 = \frac{2\pi m_e c^2 \alpha^{18} \sqrt{\beta}}{h} \quad (72)$$

Avec les Équations (63) et (72), nous obtenons l'équation la plus précise.

$$H_0 = 4\pi c R_\infty \alpha^{16} \sqrt{\beta} \quad (73)$$

En utilisant l'Équation (31) dans l'Équation (73), nous obtenons l'Équation (74).

$$H_0 = \frac{4\pi G m_e R_\infty \beta^{3/2}}{c r_e \alpha^4} \quad (74)$$

L'Équation (74) donne H_0 avec G_{2014} (du CODATA 2014). La mesure de $H_0(G_{2014}) \approx 72.105(36) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\text{MParsec}^{-1}$ est notre quatrième mesure de H_0 .

En utilisant l'Équation (63) dans l'Équation (74), nous obtenons l'Équation (75). Cette équation est aussi un bon candidat pour mesurer H_0 en fonction de G .

$$H_0 = \frac{8\pi G h R_\infty \beta^{3/2}}{r_e c^2 \alpha^4} \quad (75)$$

En utilisant l'Équation (32) dans l'Équation (75), nous obtenons l'Équation (76).

$$H_0 = \frac{16\pi^2 G m_e R_\infty^2 \beta^{3/2}}{c \alpha^7} \quad (76)$$

Cette équation est un autre bon candidat pour mesurer H_0 en fonction de G . La

mesure donne encore le même résultat que l'Équation (74).

Nous énumèrerons d'autres équations sans faire toutes les démonstrations fastidieuses. Cependant, toutes celles-ci peuvent être obtenues par les équations précédentes.

$$H_0 = \frac{2\pi m_{ph}c^2}{h} \quad (77)$$

$$H_0 = 2c^2 \sqrt{\frac{\pi R_\infty \alpha^{55}}{Gm_e}} \quad (78)$$

$$H_0 = \beta \alpha^9 \sqrt{\frac{m_e c}{r_e^3}} \quad (79)$$

$$H_0 = 8\beta \sqrt{Gm_e (\pi R_\infty)^3 \alpha^9} \quad (80)$$

$$H_0 = 8c \sqrt{\beta r_e (\pi R_\infty)^3 \alpha^{29}} \quad (81)$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{2\pi c^5 \alpha^{57}}{hG}} \quad (82)$$

$$H_0 = 2c \sqrt{\frac{\pi \beta R_\infty \alpha^{25}}{r_e}} \quad (83)$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{2\pi \beta m_e c^3 \alpha^{37}}{hr_e}} \quad (84)$$

$$H_0 = \frac{2\pi^2}{h} \left(\frac{k_b^4 T^4}{15m_u \alpha^2 c^2 \beta^4} \right)^{1/3} \quad (85)$$

$$H_0 = \frac{2\pi k_b T_p}{h} \sqrt{\alpha^{57}} \quad (86)$$

$$H_0 = \frac{c \mu_0 q_e^2 \alpha^{19} \sqrt{\beta}}{4\pi m_e r_e^2} \quad (87)$$

$$H_0 = \frac{q_e^2 \alpha^{19} \sqrt{\beta}}{4\pi c \varepsilon_0 m_e r_e^2} \quad (88)$$

$$H_0 = \frac{q_p^2 \alpha^{18} \sqrt{\beta}}{2h \varepsilon_0 r_e} \quad (89)$$

$$H_0 = \frac{c \mu_0 q_p^2 \alpha^{20} \sqrt{\beta}}{4\pi m_e r_e^2} \quad (90)$$

$$H_0 = \frac{q_p^2 \alpha^{20} \sqrt{\beta}}{4\pi c \varepsilon_0 m_e r_e^2} \quad (91)$$

$$H_0 = \frac{c \beta q_p^2 \sqrt{\alpha^{19}}}{4\pi \varepsilon_0 k_b T_p r_e^2} \quad (92)$$

$$H_0 = \frac{c \beta q_e^2 \sqrt{\alpha^{17}}}{4\pi \varepsilon_0 k_b T_p r_e^2} \quad (93)$$

$$H_0 = \frac{cq_e^2 \beta^2}{4\varepsilon_0 k_b Tr_e^2} \left(\frac{15\alpha^{97}}{\pi^7} \right)^{1/4} \quad (94)$$

$$H_0 = \frac{2k_b T}{\beta h} \left(\frac{\pi^7 \alpha^{55}}{15} \right)^{1/4} \quad (95)$$

$$H_0 = \frac{k_b T}{\beta r_e m_e c} \left(\frac{\pi^3 \alpha^{59}}{15} \right)^{1/4} \quad (96)$$

$$H_0 = \frac{4\pi k_b T}{\beta c \mu_0 q_e^2} \left(\frac{\pi^3 \alpha^{59}}{15} \right)^{1/4} \quad (97)$$

$$H_0 = \frac{4\pi k_b T}{\beta c \mu_0 q_p^2} \left(\frac{\pi^3 \alpha^{55}}{15} \right)^{1/4} \quad (98)$$

$$H_0 = \frac{Gk_b T}{c^3 r_e^2} \left(\frac{\pi^3}{15\alpha^{21}} \right)^{1/4} \quad (99)$$

$$H_0 = \frac{2Gm_e k_b T}{hr_e c^2} \left(\frac{\pi^7}{15\alpha^{25}} \right)^{1/4} \quad (100)$$

$$H_0 = \frac{Gm_p k_b T}{m_e c^3 r_e^2} \left(\frac{\pi^3 \alpha^{21}}{15\beta^2} \right)^{1/4} \quad (101)$$

$$H_0 = \frac{Gm_u k_b T}{m_e c^3 r_e^2} \left(\frac{\pi^3 \alpha^{135}}{15\beta^2} \right)^{1/4} \quad (102)$$

$$H_0 = \frac{Gm_e k_b T}{m_p c^3 r_e^2} \left(\frac{\pi^3 \beta^2}{15\alpha^{63}} \right)^{1/4} \quad (103)$$

$$H_0 = \frac{16c Gk_b T \varepsilon_0 m_e^2}{q_e^4} \left(\frac{\pi^{11}}{15\alpha^{21}} \right)^{1/4} \quad (104)$$

$$H_0 = \beta m_e^2 \sqrt{\frac{8\pi^3 Gc^3 \alpha^{15}}{h^3}} \quad (105)$$

$$H_0 = \frac{c^3 \alpha^{39}}{Gm_e \sqrt{\beta}} \quad (106)$$

La dernière équation mesure H_0 à partir de G puisque toutes les constantes sont précises. Plusieurs équations sont d'excellents candidats pour mesurer H_0 en fonction de G ou T . Ces équations pourraient représenter des outils précieux pour les cosmologistes.

Ce document donne 42 équations de H_0 en fonction de différents paramètres de l'univers. Puisque H_0 peut être défini utilisant différents paramètres, nous suggérons que certains des paramètres les plus critiques de l'univers sont extrêmement bien liés, aussi bien dans l'infiniment petit que dans l'infiniment grand, et H_0 en fait partie.

8. Pourquoi H_0 n'est pas réellement constant?

Nous voulons expliquer pourquoi le paramètre H_0 de Hubble ne peut être constant au cours du temps. Aussi simple que cela puisse être, l'inverse du paramètre H_0 de Hubble est relié à l'âge apparent de l'univers (voir l'Équation (45)). Conséquemment, le paramètre H_0 change au cours du temps. C'est donc par abus de langage que nous appelons H_0 la "constante" de Hubble. Pour être plus précis, nous devrions dire le "paramètre" de Hubble.

Lorsque H_0 est exprimé en $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$, la neuvième chiffre après le point change à chaque année. Cela passe complètement inaperçu. Mieux que cela, si nous pouvions atteindre cette précision dans nos mesures de H_0 , cette variation passerait encore inaperçue puisque nous forçons c à être constant depuis 1983. En métrologie, les scientifiques choisissent la vitesse de la lumière comme étalon. Même si c change chaque année, si nous la forçons à être constante, nous réajustons nous réajustons volontairement toutes les autres constantes et unités (distance, temps et masse) en fonction de c pour la garder constante. Ensuite, H_0 semble constant tout comme les autres paramètres.

9. Conclusion

Cet article vise à montrer que notre valeur théorique de l'Équation (33) ($H_0 \approx 72,09548580(32) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$) est la bonne malgré une tension grandissante [3] entre des valeurs autour de 69,2 et 72,1 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$.

Avec 508 données (de [24] à [310] montrés dans notre logiciel en **Annexe A**), un graphique soulignant la tension [5] actuelle entre deux valeurs est montré. Nous avons décomposé la courbe en quelques gaussiennes. Une gaussienne négative est requise pour expliquer le large fossé entre les deux valeurs de H_0 et elle est causée par des valeurs qui ont été retirées. Alors, nous les avons restituées enlevant cette courbe. Ensuite, en appliquant un facteur correctif de $\eta \approx 1,042516951$ sur les courbes localisées à $\sim H_0 \approx 69,2 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Notre théorie met en évidence une mauvaise compréhension du lien entre $1/H_0$ et l'âge apparent de l'univers. Avec le bon facteur correctif appliqué, nous obtenons une valeur statistique de $H_0 \approx 72,0957 \pm 0.33 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$, ce qui est proche de notre valeur théorique. Notre découverte du facteur η peut aider à réduire la tension entre les scientifiques. En quelque sorte, nous montrons que même s'il y a deux valeurs de H_0 qui sont communément trouvées avec différentes techniques, les deux sont précises si un facteur correctif approprié est utilisé.

Avec un nouveau modèle cosmologique, nous obtenons un âge apparent de l'univers d'environ 14,14 milliards d'années. La formule exacte qui provient d'une intégrale compliquée est approximée par l'équation bien connue $1/H_0$ qui donne

13,56 milliards d'années. Différentes techniques peuvent mener à une ou l'autre des valeurs. Cela dépend s'il s'agit d'une tentative de mesurer l'âge de l'univers localement ou à distance. Il n'y a pas de valeur "locale" ou "distante" de H_0 , comme certains peuvent prétendre [46][47]. En leur mesure de l'âge apparent de l'univers à coller à $1/H_0$, la plupart des cosmologistes obtiennent des résultats qui se situent autour de 69,2 ou 72,1 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$. Notre hypothèse peut expliquer la tension [5] par rapport à ces deux valeurs. Malgré tout, il n'y a qu'une vraie valeur de H_0 value et l'autre n'est qu'une mauvaise interprétation comme étant la constante de Hubble sans vraiment l'être.

Même s'il y a plusieurs équations de H_0 sont montrées dans cet article, nous soulignons que nous avons trouvé plusieurs manières intéressantes pour mesurer H_0 précisément en utilisant la température T du CMB et la constante gravitationnelle universelle G du CODATA 2014. Ces résultats confirment notre valeur théorique.

$$H_0 \approx 72,06(90) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ et } 71,95(50) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ de } T$$

$$H_0 \approx 72,086(36) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ et } 72,105(36) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1} \text{ de } G$$

Dans un but académique, nous avons énuméré 42 équations de H_0 en utilisant différents paramètres. Ces équations ont montré que H_0 est intriqué avec toutes les autres "constantes". Pour des besoins en métrologie, la vitesse de la lumière dans le vide est forcée d'être constante pour avoir un étalon qui ne change pas. Si cette situation est considérée valide dans un contexte de métrologie, H_0 devrait aussi être considéré constant et faire partie du CODATA. Cependant, si $1/H_0$ représente une approximation de l'âge de l'univers, il sera aussi sensé de dire que H_0 change au cours du temps.

Les équations d'Einstein et Schwarzschild montrent que les objets massifs tel que l'univers influencent la vitesse de la lumière. Alors que l'univers prend de l'expansion, sa densité diminue et la vitesse de la lumière locale augmente au cours du temps.

La constante de structure fine α est sans unité peut être décrite comme étant un rapport où le taux de variation au numérateur contrebalance le taux de variation au dénominateur. Mise à part des constantes α et β , toutes les "constantes" utilisées pour décrire H_0 dans nos équations émanent d'une certaine manière d'unités fondamentales tel que le mètre, la seconde et le kilogramme. Ces unités sont maintenant définies par la vitesse de la lumière. Comme H_0 décrit l'âge de l'univers et dépend de plusieurs "constantes" constituées d'unités basées sur c , nous devrions considérer c et tous les paramètre avec unités comme changeant avec le temps. En forçant c à être constant est nécessaire pour des fins de métrologie, mais n'est pas dans l'intérêt des physiciens pour expliquer les phénomènes. Une valeur précise de H_0 a un grand intérêt pour l'approfondissement de notre compréhension de l'univers.

10. Conflits d'intérêt

L'auteur déclare qu'il n'a aucun conflit d'intérêt en lien avec la publication de cet article.

11. Références

- [1] Hubble E (1929) Proc. N.A.S., **15**, 168-1973.
<https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168>
- [2] Mercier C (2019) Journal of Modern Physics, **10**, 641-662.
<https://doi.org/10.4236/jmp.2019.106046>
- [3] Verde L, Treu T, et Riess AG (2019) Nature Astronomy, **3**, 891-895.
<https://doi.org/10.1038/s41550-019-0902-0>
- [4] Einstein A (1916) Annalen der Physik, **49**, 769-822.
<http://dx.doi.org/10.1002/andp.19163540702>
- [5] Friedman, A (1922) Zeitschrift für Physics, **10**, 377-386.
<https://doi.org/10.1007/BF01332580>
- [6] Lemaître, G. (1927) Annales de la Société Scientifique de Bruxelles A. **47**, 49-59. [Bibcode:1927ASSB...47...49L](#). Partially translated in English: Lemaître, G. (1931), Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **91**, 483-490. <https://doi.org/10.1093/mnras/91.5.483>
- [7] Mercier C (2020) Journal of Modern Physics, **11**, 1428-1465.
<https://doi.org/10.4236/jmp.2020.119089>
- [8] Mohr PJ, Newell DB, et Taylor BN (2016) Review of Modern Physics, **88**.
<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.88.035009>
- [9] Jenkins A, Villard R, Riess A (2018), Hubblesite.
<https://stsci-opo.org/STScI-01EVSQXZ976ZY1QKQX17XJ7P5H.pdf>
- [10] Einstein A (1905), Annalen der Physik, **322**, 891-921.
<https://doi.org/10.1002/andp.19053221004>
- [11] Einstein A (1911) Annalen der Physik, **35**, 898-908.
<https://doi.org/10.1002/andp.19113401005>
- [12] Grøn, Ø (2016) American Journal of Physics, **84**, 537.
<https://doi.org/10.1119/1.4944031>
- [13] Binney J et Merrifield M (1998) Princeton University Press, 816, ISBN: 9780691025650. <https://press.princeton.edu/titles/6358.html>
- [14] Mulligan JF (1976) American Journal of Physics, **44**, 960.
<https://doi.org/10.1119/1.10241>
- [15] Mercier C (2019) Journal of Modern Physics, **10**, 980-1001.
<https://doi.org/10.4236/jmp.2019.108065>
- [16] Zichichi A (2000) Proceedings of the International School of Subnuclear Physics, **36**, 1-708. <https://doi.org/10.1142/4318>
- [17] Carvalho JC (1995) International Journal of Theoretical Physics, **34**, 2507-2509. <https://doi.org/10.1007/BF00670782>
- [18] Dirac PAM (1938) Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, **165**, 199-208.
<https://doi.org/10.1098/rspa.1938.0053>
- [19] Dirac PAM (1974) Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, **338**, 439-446.
<https://doi.org/10.1098/rspa.1974.0095>

- [20] Mercier C (2016) "More than a Hundred Ways to Get the Large Number N", Pragtec, 1-16, non-publié. http://pragtec.com/physique/index_en.html
- [21] Gush HP (1981) Physical Review Letters, **47**, 745-748.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.47.745>
- [22] Partridge RB (1997) From Quantum Fluctuations to Cosmological Structures Proceedings of the First Moroccan School of Astrophysics, Casablanca, Morocco, 1-10 December 1996. Edited by D. Valls-Gabaud, M.A. Hendry, P. Molaro et K. Chamcham, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, **126**. ISBN: 1-886733-46-5, xix + 656 pages, p. 141. Bib code: [1997ASPC..126.141P](#)
- [23] Kimura K, Hashimoto M, et Sakoda K (2001) The Astrophysical Journal, **561**, L19. <https://doi.org/10.1086/324569>
- [24] Abbott BP et al. (2021) The Astrophysical Journal, **909**, 1-18.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/abdc7>
- [25] Addison GE (2021) The Astrophysical Journal, **912**, L1.
<https://doi.org/10.3847/2041-8213/abf56e>
- [26] Baxter EJ et Sherwin BD (2021) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **501**, 1023-1035. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa3706>
- [27] Blakeslee JP, Jensen JB, Ma C-P, Milne PA, et Greene JE (2021) The Astrophysical Journal, **911**, 1-12. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/abe86a>
- [28] Bonilla A, Kumar S & Nunes RC (2021) The European Physical Journal C, **81**, 1-13. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-08925-z>
- [29] Dainotti MG et al. (2021) The Astrophysical Journal, **912**, 1-21.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/abeb73>
- [30] Denzel P, Coles JP, Saha P, et Williams LLR (2021) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **501**, 784-801.
https://doi.org/10.1093/mnras/staa3603.S2CID_220845622
- [31] Di Valentino E (2021) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **502**, 2065-2073. <https://doi.org/10.1093/mnras/stab187>
- [32] Gayathri V et al. (2021) The Astrophysical Journal Letters, **908**, L34.
<https://doi.org/10.3847/2041-8213/abe388>
- [33] Hagstotz S, Reischke R, Lilow R (2021) Submitted to Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, non-publié. [arXiv:2104.04538v1](https://arxiv.org/abs/2104.04538v1)
- [34] Khetan N et al. (2021) Astronomy and Astrophysics, **647**, A72.
<https://doi.org/10.1051/0004-6361/202039196>
- [35] Mukherjee S et al. (2021) Astronomy and Astrophysics, **646**, A65, 1-11.
<https://doi.org/10.1051/0004-6361/201936724>
- [36] Park JW et al. (2021) The Astrophysical Journal, **910**, 1-23.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/abdfc4>
- [37] Philcox OHE, Sherwin BD, Farren GS et Baxter EJ (2021) ADS, 1-8.
[arXiv:2008.08084](https://arxiv.org/abs/2008.08084), Bibcode: [2020arXiv200808084P](#)
- [38] Qi J-Z, Zhao J-W, Cao S, Biesiada M, Liu Y (2021) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **503**, 2179-2186. <https://doi.org/10.1093/mnras/stab638>
- [39] Riess et al. (2021) The Astrophysical Journal Letters, **908**, L6.
<https://doi.org/10.3847/2041-8213/abdbaf>

- [40] Soltis J, Casertano S, et Riess AG (2021) The Astrophysical Journal Letters, **908**, L5. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/abdbad>
- [41] Wang H et Giannios D (2021) The Astrophysical Journal, **908**, 1-18. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/abd39c>
- [42] Zhang J-C, Jiao K et Zhang T-J (2021) 1-10, non-publié. [arXiv:2101.05897](https://arxiv.org/abs/2101.05897)
- [43] Aghanim NA et al. (2020) Astronomy & Astrophysics manuscript no. Planck parameters 2018, **641**, 1-67. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>
- [44] Benevento G, Hu W, et Raveri M (2020) Physical Review D, **101**, 103517-103523. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.103517>
- [45] Birrer S et al. (2020) Astronomy & Astrophysics, **643**, 1-40. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202038861>
- [46] Camarena D et Marra V (2020) Physical Review Research, **2**, 1-8. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.2.013028>
- [47] Chang Z et Zhu Q-H (2020) Physical Review D, **101**, 1-19. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.103530>
- [48] Coughlin MW et al. (2020) Nature Communications, **11**, 1-9. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-17998-5>
- [49] D'Agostino R et Nunes RC (2020) Physical Review D, **101**, 1-10. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.103505>
- [50] Dai WM, Ma Y-Z, et He H-J (2020) Physical Review D, **102**. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.121302>
- [51] Dietrich T et al. (2020) Science, **370**, 1450-1453. <https://doi.org/10.1126/science.abb4317>
- [52] Gonzalez M, Hertzberg MP, et Rompineve F (2020) Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **2020**, 1-13. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/10/028>
- [53] González-Serrena B, Cuesta AJ, et Ortiz-Mora A (2020) Contributions to the XIV.0 Scientific Meeting (virtual) of the Spanish Astronomical Society. Bibcode: [2020sea..confE.269S](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2020sea..confE.269S)
- [54] Haboury N (2020) "Measuring the Hubble Constant with Standard Sirens", University of Geneva, Astronomy Department, 1-22, non-publié. https://www.researchgate.net/publication/343679057_Measuring_the_Hubble_constant_with_standard_sirens
- [55] Harvey David (2020) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **498**, 2871–2886. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa2522>
- [56] Holanda RFL, Pordeus-da-Silva G., et Pereira SH (2020) Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2020. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/09/053>
- [57] Howlett C, Davis TM (2020) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **492**, 3803–3815. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa049>
- [58] De Jaeger T, Stahl BE, Zheng W, Filippenko AV, Riess AG, et Galbany L (2020) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **496**, 3402–3411. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa1801>
- [59] KimYJ, Kang J, Lee MG, et Jang IS (2020) The Astrophysical Journal, **905**, 1-18. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/abbd97>

- [60] Kreisch CD, Cyr-Racine F-Y, et Doré O (2020) Physical Review D, **101**, 123505. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.123505>
- [61] Li Hong et Zhang Xin (2020) Elsevier, Science Bulletin, **65**, 1419-1421. <https://doi.org/10.1016/j.scib.2020.04.038>
- [62] Lombriser L (2020) Science Direct, Elsevier, Physics Letters B, **803**, 1-6. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2020.135303>
- [63] Millon M et al. (2020) Astronomy and Astrophysics, **639**, 1-19. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201937351>
- [64] Mukherjee S, Ghosh A, Graham MJ, Karathanasis C, et al. (2020) 1-8, non-publié (en revue par MNRAS), [arXiv:2009.14199](https://arxiv.org/abs/2009.14199)
- [65] Nicolaou C , Lahav O, Lemos P, Hartley W, Braden J (2020) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **495**, 90-97. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa1120>
- [66] Niedermann F et Sloth MS (2020) Physical Review D, **102**, 063527. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.063527>
- [67] Palmese A et al. (2020) The Astrophysical Journal Letters, **900**, L33. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/abaeff>
- [68] Pandey K L, Karwalb T et Dasc S (2020) Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **2020**. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/07/026>
- [69] Pesce DW, Braatz JA, Reid MJ, Riess AG, et al. (2020) The Astrophysical Journal, **891**, L1. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab75f0>
- [70] Pogosian L, Zhao G-B, et Jedamzik K (2020) The Astrophysical Journal Letters, **904**, L17. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/abc6a8>
- [71] Rui-Yun G, Jing-Fei Z, et Xin Zhang (2020) Science China Physics, Mechanics & Astronomy, **63**, 290406. <https://doi.org/10.1007/s11433-019-1514-0>
- [72] Schombert J, McGaugh S, et Lelli F (2020) The Astronomical Journal, **160**, 1-21. <https://doi.org/10.3847/1538-3881/ab9d88>
- [73] Shajib AJ et al. (2020) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **494**, 6072-6102. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa828>
- [74] Sharov GS, Sinyakov ES (2020) "Cosmological Models, Observational Data and Tension in Hubble Constant", Semantic Scholar. <https://doi.org/10.26456/MMG/2020-811>
- [75] Vasylyev SS et Filippenko AV (2020) The Astrophysical Journal, **902**, 1-10. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/abb5f9>
- [76] Vogl V (2020) "Cosmological Distances of Type II Supernovae from Radiative Transfer Modeling", Dissertation, Max-Planck-Institut Fur Astrophysik, 1-172, non-publié. <https://mediatum.ub.tum.de/doc/1542626/1542626.pdf>
- [77] Wei J-J et Melia F (2020) The Astrophysical Journal, **897**, 1-10. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab959b>
- [78] Wu WLK, Motloch P, Hu W, et Raveri M (2020) Physical Review D, **102**, 023510, 1-9. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.023510>
- [79] Yang T, Birrer S, et Hu B (2020) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **497**, L56. <https://doi.org/10.1093/mnrasl/slaa107>
- [80] Zhang X et Huang Q-G (2020) Science China Physics Mechanical Astronomy, **63**, 290402. <https://doi.org/10.1007/s11433-019-1504-8>

- [81] Agrawal P, Cyr-Racine F-Y, Pinner D, Randall Lisa (2019) Cornell University, non-publié. [arXiv:1904.01016v1](https://arxiv.org/abs/1904.01016v1)
- [82] Anderson RI (2019) *Astronomy & Astrophysics*, **631**, 1-6. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201936585>
- [83] Birrer S, Treu T, Rusu CE, Bonvin V, et al. (2019) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **484**, 4726–4753. <https://doi.org/10.1093/mnras/stz200>
- [84] Chang Z, Huang Q-G, Wang S, Zhao Z-C (2019) Springer, The European Physical Journal C, **79**, 1-13. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6664-0>
- [85] Chen GC-F, Fassnacht CD, Suyu SH, Rusu CE, et al. (2019) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **490**, 1743–1773. <https://doi.org/10.1093/mnras/stz2547. S2CID 195820422>
- [86] Collett T (2019) *Physical Review Letters*, **123**, 1-7. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.231101>
- [87] Cuceu A, Farr J, Lemos P, et Font-Ribera A (2019) *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2019**. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2019/10/044>
- [88] Domínguez Alberto, et al. (2019) *The Astrophysical Journal*, **885:137**, 1-7. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab4a0e>
- [89] Dutta K et al. (2019) *Physical Review D*, **100**, 1-8. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.103501>
- [90] Fishbach M et al. (2019) *The Astrophysical Journal Letters*, **871**, 1-10. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/aaf96e>
- [91] Freedman WL, et al. (2019) *The Astrophysical Journal*, **882**, 1-29. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab2f73>
- [92] Guo R-Y, Zhang J-F, et Zhang X (2019) *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2019**. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2019/02/054>
- [93] Hotokezaka K et al. (2019) *Nature*, **3**, 940-944. <https://doi.org/10.1038/s41550-019-0820-1>
- [94] Jee I, et al. (2019) *Science*, **365**, 1134-1138. <https://doi.org/10.1126/science.aat7371>
- [95] Kozmányan A, Bourdin H, Mazzotta P, Rasia Elena et Sereno M (2019) *Astronomy & Astrophysics*, **621**, 1-13. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833879>
- [96] Liao K, Shafieloo A, Keeley RE, et Linder EV (2019) *The Astrophysical Journal Letters*, **886**, L23. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab5308>
- [97] MacAulay E et al. (2019) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **486**, 2184-2196. <https://doi.org/10.1093/mnras/stz978>
- [98] Martinelli M et Tutsaus I (2019) *Symmetry*, **11**, 1-23. <https://doi.org/10.3390/sym11080986>
- [99] Park C-G et Ratra B (2019) *Astrophysics and Space Science*, **364**, 1-8. <https://doi.org/10.1007/s10509-019-3627-8>
- [100] Reid MJ, Pesce DW, et Riess AG (2019) *The Astrophysical Journal*, **886**, L27. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab552d>

- [101] Riess AG, et al. (2019) *The Astrophysical Journal*, **876**, 1-13.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab1422>
- [102] Riess AG (2019) *Nature Reviews Physics*, **2**, 10-12.
<https://doi.org/10.1038/s42254-019-0137-0>
- [103] Rusu CE et al. (2019) U.S. Department of Energy, Office of Scientific and Technical Information, OSTI Identifier: 1664453.
<https://doi.org/10.1093/mnras/stz3451>
- [104] Ryan J, Chen Y, et Ratra B (2019) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **488**, 3844-3856. <https://doi.org/10.1093/mnras/stz1966>
- [105] Saha S et Sahoo S (2019) *The African Review of Physics*, **14**, 7-9.
<http://aphysrev.ictp.it/index.php/aphysrev/article/viewFile/1673/592>
- [106] Shajib AJ, Birrer S, Treu T, Agnello A, et al. (2019) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **494**, 6072-6102.
<https://doi.org/10.1093/mnras/staa828>
- [107] Soares-Santos M et al. (2019) *The Astrophysical Journal Letters*, **876**, L7.
<https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab14f1>
- [108] Taubenberger S et al. (2019) *Astronomy and Astrophysics*, **628**, L7.
<https://doi.org/10.1051/0004-6361/201935980>
- [109] Tiwari S, Haney M, et Boetzel Y (2019) University of Zurich, non-publié.
[arXiv.org 1908.06060](https://arxiv.org/abs/1908.06060)
- [110] Verde L, Treu T, et Riess AG. (2019) *Nature Astronomy*, **3**, 891-995.
<https://doi.org/10.1038/s41550-019-0902-0>
- [111] Wong KC, et al. (2019) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **498**, 1420-1439. <https://doi.org/10.1093/mnras/stz3094>
- [112] Yuan W et al. (2019) *The Astrophysical Journal*, **886**, 61.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab4bc9>
- [113] Zhang X et Huang Q-G (2019) *Communications in Theoretical Physics*, **71**, 826-830. <https://doi.org/10.1088/0253-6102/71/7/826>
- [114] Zeng H et Yan D (2019) *The Astrophysical Journal*, **882**, 1-5.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab35e3>
- [115] Abbott TMC et al. (2018) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **480**, 3879-3888. <https://doi.org/10.1093/mnras/sty1939>
- [116] Benetti M, Graef LL, et Alcaniz JS (2018) *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2018**. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/07/066>
- [117] Bolejko K (2018) *Physical Review D*, **97**, 1-9.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.103529>
- [118] Braatz J et al. (2018) Cambridge University Press, 86-91.
<https://doi.org/10.1017/S1743921317010249>
- [119] Cantiello M et al. (2018) *The Astrophysical Journal Letters*, **854**, 1-7.
<https://doi.org/10.3847/2041-8213/aaad64>
- [120] Chen H-Yu, Fishbach M & Holz DE (2018) *Nature*, **562**, 545-547.
<https://doi.org/10.1038/s41586-018-0606-0>

- [121] Choudhury SR et Choubey S (2019) Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **2018**. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/09/017>
- [122] Dhawan S, Jha SW, et Leibundgut B (2018) Astronomy and Astrophysics, **609**, 1-13. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201731501>
- [123] Di Valentino E et Melchiorri A (2018) Physical Review D, **97**, 041301(R). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.041301>
- [124] Gómez-Valent A et Amendola L (2018) Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **2018**, 1-41. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/04/051>
- [125] Grillo C et al. (2018) The Astrophysical Journal, **860**, 1-7. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aac2c9>
- [126] Hoeneisen (2018) International Journal of Astronomy and Astrophysics, **8**, 386-405. <https://doi.org/10.4236/ijaa.2018.84027>
- [127] Lee MG, Jang IS, (2018) Astronomical Society of the Pacific, **514**, 143-150. Bibcode: [2018ASPC..514..143L](https://doi.org/10.2473/ASPC.514..143L)
- [128] Riess AG, et al. (2018) The Astrophysical Journal, **861**, 1-13. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aac82>
- [129] Riess AG, et al. (2018) The Astrophysical Journal, **855**, 136. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aaadb7>
- [130] Van Putten MHPM (2018) European Physical Journal Web of Conferences, **168**, 1-8. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201816808005>
- [131] Vitale S et Chen H-Y (2018) Physical Review Letters, **121**, 503-521. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.021303>
- [132] Yu H, Ratra B, et Wang F-Y (2018) The Astrophysical Journal, **856**, 1-11. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aab0a2>
- [133] Zhang J (2018) Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **130**, 1-9. <https://doi.org/10.1088/1538-3873/aac767>
- [134] Abbott BP, et al. (2017) Nature, **551**, 85-88. <https://doi.org/10.1038/nature24471>
- [135] Bethapudi S et Desai S (2017) The European Physical Journal Plus, **132**. <https://doi.org/10.1140/epjp/i2017-11390-3>
- [136] Bonvin V, et al. (2017) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **465**, 4914-4930. <https://doi.org/10.1093/mnras/stw3006>
- [137] Cardona W, Kunza M, et Valeria P (2017) Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **2017**, 1-45. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2017/03/056>
- [138] Chen Y, Kumar S, et Ratra B (2017) The Astrophysical Journal, **835**, 1-4. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/835/1/86>
- [139] Farooq O, Madiyar FR, Crandall S, et Ratra B (2017) The Astrophysical Journal, **835**, 1-11. [doi:10.3847/1538-4357/835/1/26](https://doi.org/10.3847/1538-4357/835/1/26)
- [140] Feeney SM, Mortlock DJ, et Dalmasso N (2017) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **476**, 3861-3882. <https://doi.org/10.1093/mnras/sty418>
- [141] Grieb JN, et al. (2017) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **467**, 2085-2112. <https://doi.org/10.1093/mnras/stw3384>
- [142] Guo R-Y et Zhang X (2017) The European Physical Journal C, **77**, 1-10. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5454-9>

- [143] Hjorth J et al. (2017) *The Astrophysical Journal Letters*, **848**, L31.
<https://doi.org/10.3847/2041-8213/aa9110>
- [144] Huang H et Huang L (2017) *International Journal of Modern Physics D*, **26**, 1-7.
<https://doi.org/10.1142/S0218271817501292>
- [145] Jang IS et Lee MG (2017) *The Astrophysical Journal*, **836**, 1-13.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/836/1/74>
- [146] Pritychenko B (2017) *Web of Conferences*, **146**.
<https://doi.org/10.1051/epjconf/201714601006>
- [147] Wang Y, Xu L, et Zhao G-B (2017) *The Astrophysical Journal*, **849**, 1-4.
<https://doi.org/10.3847/1538-4357/aa8f48>
- [148] Wei J-J et Wu X-F (2017) *The Astrophysical Journal*, **838**, 1-9.
<https://orcid.org/0000-0003-0162-2488>
- [149] Wong KC et al. (2017) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **465**, 4895-4913. <https://doi.org/10.1093/mnras/stw3077>
- [150] Zhang BR (2017) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **471**, 2254-2285. <https://doi.org/10.1093/mnras/stx1600>
- [151] Ade PAR, et al. (2016) *Astronomy & Astrophysics Manuscript no. Planck parameters 2015*, **594**, 1-63. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525830>
- [152] Gao F et al. (2016) *The Astrophysical Journal*, **817**, 1-17.
<https://doi.org/10.3847/0004-637X/817/2/128>
- [153] Ichiki K, Yoo C-M, et Oguri M (2016) *Physical Review D*, **93**, 1-6.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.023529>
- [154] Ludović VV, D'Agostino R, et Vittorio N (2016), *Astronomy and Astrophysics*, **595**, 1-9. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201628217>
- [155] Moresco M, et al. (2016) *IOP Science, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2016**. <http://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/05/014>
- [156] Riess AG, et al. (2016) *The Astrophysical Journal*, **826**, 56, 1-31.
<http://doi.org/10.3847/0004-637X/826/1/56>
- [157] Tully RB, Courtois HM, et Sorce JG (2016) *The Astronomical Journal*, **152**, 50.
<https://doi.org/10.3847/0004-6256/152/2/50>
- [158] Cheng C et QingGuo H (2015) *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, **58**, 599801-1 to 599801-6. <https://doi.org/10.1007/s11433-015-5684-5>
- [159] Cuesta AJ, Verde L, Riess Adam, et Jimenez R (2015) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **448**, 3463-3471.
<https://doi.org/10.1093/mnras/stv261>
- [160] Jang IS et Lee MG (2015) *The Astrophysical Journal*, **807**, 1-12.
<https://doi.org/10.1088/0004-637X/807/2/133>
- [161] Kumar SR, Stalin CS, et Prabhu TP (2015) *Astronomy and Astrophysics*, **580**, 1-10. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201423977>
- [162] Kuo CY, Braatz JA, Lo KY, Reid MJ, Suyu SH, Pesce DW, Condon JJ, Henkel C, et Impellizzeri CMV (2015) *The Astrophysical Journal*, **800**, 1-9.
<https://doi.org/10.1088/0004-637X/800/1/26>
- [163] Rigault M et al. (2015) *The Astrophysical Journal*, **802**, 1-18.
<https://doi.org/10.1088/0004-637X/802/1/20>

- [164] Ade PAR, et al. (2014) *Astronomy & Astrophysics* manuscript no. Planck parameters 2013, **571**, 1-66. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201321591>
- [165] Ben-Dayan I, Durrer R, Marozzi G, et Schwarz DJ (2014) *Physical Review Letters*, **112**, 1-5. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.221301>
- [166] Bennett CL, et al. (2014) *The Astrophysical Journal*, **794**, 1-8. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/794/2/135>
- [167] Busti VC, Clarkson C et Seikel M (2014) Cambridge University Press, *Statistical Challenges in the 21st Century Cosmology Proceedings IAU Symposium*, **306**, 25-27. <https://doi.org/10.1017/S1743921314013751>
- [168] Efstathiou G (2014) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **440**, 1138-1152. <https://doi.org/10.1093/mnras/stu278>
- [169] Lima JAS et Cunha JV (2014) *The Astrophysical Journal Letters*, **781**, L38. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/781/2/L38>
- [170] Bennett CL, et al. (2013) "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results", 1-177. [arXiv:1212.5225v3](https://arxiv.org/abs/1212.5225v3)
- [171] Braatz J et al. (2013) *Advancing the Physics of Cosmic Distances Proceedings IAU Symposium*, **8**, Richard de Grijs, ed., Copyright International Astronomical Union 2013, 255-261. <https://doi.org/10.1017/S1743921312021515>
- [172] Farooq Omer & Rathra Bathra (2013) *The Astrophysical Journal Letters*, **766**, L7, 1-4. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/766/1/L7>
- [173] Hinshaw G, et al. (2013) *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **208**, 1-25. <https://doi.org/10.1088/0067-0049/208/2/19>
- [174] Humphreys EML, Reid MJ, Moran JM, Greenhill LJ, et Argon AL (2013) *The Astrophysical Journal*, **775**, 1-10. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/775/1/13>
- [175] Kuo CY, Braatz JA, Reid MJ, Lo KY, Condon JJ, Impellizzeri CMV, et Henkel C (2013) *The Astrophysical Journal*, **767**, 1-13. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/767/2/155>
- [176] Pietrzynski G et al. (2013) *Nature*, **495**, pp. 76-79. <https://doi.org/10.1038/nature11878>
- [177] Reid et al. (2013) *The Astrophysical Journal*, **767**, 1-11. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/767/2/154>
- [178] Salvatelli V, Marchini A, Lopez-Honorez L, et Mena O (2013) *Physical Review D*, **88**, 023531. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.023531>
- [179] Scowcroft V (2013) Cambridge University Press, *Proceedings of the International Astronomical Union*, **8**, *Symposium S289: Advancing the Physics of Cosmic Distances*, August 2012, 274-281. <https://doi.org/10.1017/S1743921312021540>
- [180] Sereno M et Paraficz D (2013) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **437**, 600-605. <https://doi.org/10.1093/mnras/stt1938>
- [181] Suyu SH et al. (2013) *The Astrophysical Journal*, **766**, 1-19. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/766/2/70>
- [182] Tully RB, et al. (2013) *The Astronomical Journal*, **146**, 1-25. <https://doi.org/10.1088/0004-6256/146/4/86>
- [183] Xia J-Q, Li H, et Zhang X (2013) *Physical Review D*, **88**, 063501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.063501>

- [184] Calabrese E, Archidiacono M, Melchiorri A, et Ratra B (2012) Physical Review D, **86**, 1-8. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.043520>
- [185] Chávez R, et al. (2012) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **425**, L56. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2012.01299.x>
- [186] Colless Matthew, Beutler Florian, et Blake Chris (2012) Advancing the Physics of Cosmic Distances, Proceedings IAU Symposium, 319-322. <https://doi.org/10.1017/S1743921312021618>
- [187] Freedman W L et al. (2012) The Astrophysical Journal, **758**, 1-10. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/758/1/24>
- [188] Pozzo WD (2012) Physical Review D, **86**, 1-13. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.043011>
- [189] Riess AG, Fliri J, et Valls-Gabaud D (2012) The Astrophysical Journal, **745**, 1-6. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/745/2/156>
- [190] Wang M (2012) AIP Conference Proceedings, **1441**, 503. <https://doi.org/10.1063/1.3700599>
- [191] Chen G et Ratra B (2011) Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **123**. <https://doi.org/10.1086/662131>
- [192] Beutler F, et al. (2011) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **416**, 3017-3032. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.19250.x>
- [193] Jarosik N, et al. (2011) The Astrophysical Journal Supplement Series, **192**, 1-15. <https://doi.org/10.1088/0067-0049/192/2/14>
- [194] Riess AG, et al. (2011) The Astrophysical Journal, **730**, 1-18. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/730/2/119>
- [195] Freedman WL et Madore BF (2010) Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **48**, 673-710. <https://doi.org/10.1146/annurev-astro-082708-101829>
- [196] Paraficz D et Hjorth J (2010) The Astrophysical Journal, **712**, 1378-1384. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/712/2/1378>
- [197] Suyu SH, et al. (2010) The Astrophysical Journal, **711**, 201-221. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/711/1/201>
- [198] Hinshaw G, et al. (2009) The Astrophysical Journal Supplement Series, **180**, 225-245. <https://doi.org/10.1088/0067-0049/180/2/225>
- [199] Komatsu, et al. (2009) The Astrophysical Journal Supplement Series, **180**, 330-376. <https://doi.org/10.1088/0067-0049/180/2/330>
- [200] Riess AG, et al. (2009) The Astrophysical Journal, **699**, 539-563. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/699/1/539>
- [201] Russell DG (2009) Springer Link, **30**, 93-118. <https://doi.org/10.1007/s12036-009-0006-9>
- [202] Leith BM, Ng SCC, et Wiltshire DL (2008) The Astrophysical Journal, **672**, L91. <https://doi.org/10.1086/527034>
- [203] Vuissoz C et al. (2008) Astronomy & Astrophysics, **488**, 481-490. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:200809866>
- [204] Oguri M (2007) The Astrophysical Journal, **660**, 1-15. <https://doi.org/10.1086/513093>

- [205] Spergel DN, et al. (2007) The Astrophysical Journal Supplement Series, **170**, 377-408. <https://doi.org/10.1086/513700>
- [206] Bonamente M, Joy MK, La Roque SJ, et Carlstrom JE (2006) The Astrophysical Journal, **647**, 1-62. <https://doi.org/10.1086/505291>
- [207] Hütsi G (2006) "Cosmic Sound: Measuring the Universe with Baryonic Acoustic Oscillations", Ludwig Maximilian University of Munich, Dissertation, pp. 1-148, non-publié. [Cosmic sound: Measuring the Universe with baryonic acoustic oscillations -- Dissertation \(uni-muenchen.de\)](http://Cosmic sound: Measuring the Universe with baryonic acoustic oscillations -- Dissertation (uni-muenchen.de))
- [208] Ngeow C et Kanbur SM (2006) The Astrophysical Journal, **642**, L29. <https://doi.org/10.1086/504478>
- [209] Sandage A (2006) The Astrophysical Journal, **653**, 843-860. <https://doi.org/10.1086/508853>
- [210] Wang X, Wang L, Pain R, Zhou X, et Li Z (2006) The Astrophysical Journal, **645**, 488-505. <https://doi.org/10.1086/504312>
- [211] Gibson BK and Brook CB (2005) Symposium - International Astronomical Union, **201**, New Cosmological Data and the Values of the Fundamental Parameters, 200-208. <https://doi.org/10.1017/S0074180900216264>
- [212] Hamuy M. (2005) In: Marcaide JM., Weiler K.W. (eds) Cosmic Explosions. Springer Proceedings in Physics, **99**, 535-541. https://doi.org/10.1007/3-540-26633-X_71
- [213] Magain P (2005) Astronomical Society of the Pacific, edited by C. Sterken, 335, 207-214. Bibcode: [2005ASPC..335..207M](#)
- [214] Olivares G, Atrio-Barandela F, et Pavón D (2005) Physical Review D, **71**, 063523. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.063523>
- [215] Riess AG (2005) The Astrophysical Journal, **627**, 579-607. <https://doi.org/10.1086/430497>
- [216] Schmidt RW, Allen SW, et Fabian AC (2004) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **352**, 1413-1420. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.08032.x>
- [217] Stritzinger M et Leibundgut B (2004) Astronomy & Astrophysics, **431**, 423-431. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20041630>
- [218] Udomprasert PS, Mason BS, Readhead ACS, et Pearson TJ (2004) The Astrophysical Journal, **615**, 63-81. <https://doi.org/10.1086/423946>
- [219] Boffi FR et Riess AG (2003) Symbiotic Stars Probing Stellar Solutions, ASP Conference Series, **303**, 101-104. Bibcode: [2003ASPC..303..101B](#)
- [220] Dumin YV (2003) Advances in Space Research, **31**, 2461-2466. [https://doi.org/10.1016/S0273-1177\(03\)00533-7](https://doi.org/10.1016/S0273-1177(03)00533-7)
- [221] Jimenez, R, Verde L, Treu T et Stern D (2003) The Astrophysical Journal, **593**, 622-629. <https://doi.org/10.1086/376595>
- [222] Koopmans LVE, Treu T, Fassnacht CD, Blandford RD, et Surpi G (2003) The Astrophysical Journal, **599**, 70-85. <https://doi.org/10.1086/379226>
- [223] Mei S, Scudeggio M, Silva DR et Quinn PJ (2003) Astronomy and Astrophysics, **399**, 441-448. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20021800>
- [224] Saunders R et al. (2003) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **341**, 937-940. <https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2003.06467.x>

- [225] Spergel DN et al. (2003) The Astrophysical Journal Supplement Series, **148**, 175-174. <https://doi.org/10.1086/377226>
- [226] Fassnacht CD, Xanthopoulos E, Koopmans LVE, et Rusin D (2002) The Astrophysical Journal, **581**, 823-835. <https://doi.org/10.1086/344368>
- [227] Freedman WL (2002) A New Era in Cosmology, ASP Conference Proceedings, **283**, 249-257. Bibcode: [2002ASPC..283..249F](#)
- [228] Grainge K, et al. (2002) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **333**, 318-326. <https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2002.05429.x>
- [229] Kochanek C.S. (2002) Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 1-16. [arXiv:astro-ph/0204043v1](#)
- [230] Tikhonov NA et Galazoutdinova OA (2002) Astrophysics, **45**, 253-266. <https://doi.org/10.1023/A:1020168130980>
- [231] Treu T et Koopmans LVE (2002) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **337**, L6. <https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2002.06107.x>
- [232] Freedman WL, et al. (2001) The Astrophysical Journal, **553**, 47-72. <https://doi.org/10.1086/320638>
- [233] Itoh N (2001) The Astronomical Herald (ISSN 0374-2466), **94**, 214-220. Bibcode: [2001AstHe..94..214I](#)
- [234] Jensen JB, et al. (2001) The Astrophysical Journal, **550**, 503-521. <https://doi.org/10.1086/319819>
- [235] Koopmans LVE et The CLASS Collaboration (2001) Publication of Astronomical Society of Australia, **18**, 179-181. <https://doi.org/10.1071/AS01024>
- [236] Liu MC et Graham JR (2001) The Astrophysical Journal, **557**. <https://doi.org/10.1086/323174>
- [237] Mason BS, Myers ST, et Readhead ACS (2001) The Astrophysical Journal, **555**, no 1. <https://doi.org/10.1086/321737>
- [238] Mei S, Quinn PJ, et Silva DR (2001) Astronomy and Astrophysics, **371**, 779-794. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20010427>
- [239] Tonry JL (2001) Astrophysical Ages and Times Scales, ASP Conference Series, **245**, 593-601. Bibcode: [2001ASPC..245..593T](#)
- [240] Willick JA et Batra P (2001) The Astrophysical Journal, **548**, 564-584. <https://doi.org/10.1086/319005>
- [241] Xiao-Feng W, Li Chen et Zong-Wei Li (2001) Chinese Physics Letters, **18**, 154. <https://doi.org/10.1088/0256-307X/18/1/354>
- [242] Ferrarese L et al. (2000) The Astrophysical Journal, **529**, 745-767. <https://doi.org/10.1086/308309>
- [243] Gibson BK et al. (2000) The Astrophysical Journal, **529**, 723-744. <https://doi.org/10.1086/308306>
- [244] Mould JR et al. (2000) The Astrophysical Journal, **529**, 786-794. <https://doi.org/10.1086/308304>
- [245] Sakai S (2000) The Astrophysical Journal, **529**, 698-722. <https://doi.org/10.1086/308305>
- [246] Tikhonov NA, Galazoutdinova OA, et Drozdovskii IO (2000) Astrophysics, **43**, 367-380. <https://doi.org/10.1023/A:1010902305550>

- [247] Biggs A. D, Browne IWA, Helbig P, Koopmans LVE, Wilkinson PN et Perley RA (1999) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **304**, 349-358.
<https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02309.x>
- [248] Chae K-H (1999) The Astrophysical Journal, **524**, 582-590.
<https://doi.org/10.1086/307842>
- [249] Collier S, Horne K, Wanders I et Peterson BM (1999) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **302**, L24.
<https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02250.x>
- [250] Freedman WL et Feng LL (1999) Proceedings of the National Academy of Sciences USA, **96**, 11063-11064. <https://doi.org/10.1073/pnas.96.20.11063>
- [251] Jha S et al. (1999) The Astrophysical Journal Supplement Series, **125**, 73-97.
<https://doi.org/10.1086/313275>
- [252] Mason BS (1999) Dissertations available from ProQuest. UMI number: AAI9953569. <https://repository.upenn.edu/dissertations/AAI9953569>
- [253] Mazumdar A et Narasimba D (1999) Bulletin of the Astronomical Society of India, **27**, 267. [Bibcode: 1999BASI...27..267M](#)
- [254] Tanvir (1999) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **310**, 175-188. <https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02954.x>
- [255] Tripp R et Branch D (1999) The Astrophysical Journal, **525**, 209-214.
<https://doi.org/10.1086/307883>
- [256] Branch D (1998) Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **36**, 17-55.
<https://doi.org/10.1146/annurev.astro.36.1.17>
- [257] Goicoechea LJ, Mediavilla E, Oscoz A, Serra M et Butrago J (1998) Astrophysics and Space Science, **261**, 341-344. <https://doi.org/10.1023/A:1002042026159>
- [258] Harris WE et al. (1998) Nature, **395**, 45-47. <https://doi.org/10.1038/25673>
- [259] Hughes JP et Birkinshaw M (1998) The Astrophysical Journal, **501**, 1-14.
<https://doi.org/10.1086/305788>
- [260] Lauer TR, Tonry JL, Postman M, Ajhar EA, et Holtzman JA (1998) The Astrophysical Journal, **499**, 577-592. <https://doi.org/10.1086/305671>
- [261] Riess AG, et al. (1998) The Astronomical Journal, **116**, 1009-1038.
<https://doi.org/10.1086/300499>
- [262] Tamman GA et Labhardt L (1998) Relativistic Astrophysics, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 238-261. https://doi.org/10.1007/978-3-663-11294-5_15
- [263] Tripp Robert (1998) Astronomy and Astrophysics, **331**, 1-11.
 Bibcode: [1998A&A...331..815T](#)
- [264] Giovanelli Riccardo (1997) The Extragalactic Distance Scale, Proceedings of the ST ScI May Symposium, held in Baltimore, MD, Eds.: M. Livio, M. Donahue, et N. Panagia, Cambridge University Press, p. 113. Bibcode: [1997eds..proc..113G](#)
- [265] Gregg MD (1997) Science Direct, **1**, 363-371.
[https://doi.org/10.1016/S1384-1076\(97\)00005-5](https://doi.org/10.1016/S1384-1076(97)00005-5)
- [266] Hjorth J et Tanvir NR (1997) The Astrophysical Journal, **482**, 68-74.
<https://doi.org/10.1086/304124>
- [267] Holzapfel WL, et al. (1997) The Astrophysical Journal, **480**, 449-465.
<https://doi.org/10.1086/303979>

- [268] Hoyle F, Burhidge G et Narlikar JV (1997) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **286**, 173-182. Bibcode: [1997MNRAS.286..173H](https://doi.org/10.1093/mnras/286..173H)
- [269] Schechter PL (1997) The Astrophysical Journal, **475**, L85.
<https://doi.org/10.1086/310478>
- [270] Sciamma DW (1997) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **289** 945-947. <https://doi.org/10.1093/mnras/289.4.945>
- [271] Tonry JL, Blakeslee JP, Ajhar EA, Dressler Alan (1997) The Astrophysical Journal, **475**, 399-413. <https://doi.org/10.1086/303576>
- [272] Amendola L (1996) Astronomy and Astrophysics, **312**, 353-356. Bibcode: [1996A&A...312..353A](https://doi.org/10.1051/0004-6361:19961353A)
- [273] Biesiada M (1996) Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **283**, 997-982. Bib code: [1996MNRAS.283..977B](https://doi.org/10.1093/mnras/283..977B)
- [274] Forbes DA, Brodie JP, Huchra J (1996) Astronomical Journal, **112**, 2448-2460.
<https://doi.org/10.1086/118194>
- [275] Kobyashi Shiho, Sasaki Shin, et Suto Yasushi (1996) Publications of the Astronomical Society of Japan, **48**, L107-L111. <https://doi.org/10.1093/pasj/48.6.L107>
- [276] Mallik DCV (1996) Current Science, **71**, 547-552.
<https://www.jstor.org/stable/24098091>
- [277] Schaefer BE (1996) The Astrophysical Journal, **460**, L19-L23.
<https://doi.org/10.1086/309963>
- [278] Grogin NA, Narayan R (1995) The Astrophysical Journal, **473**, 570-619.
<https://doi.org/10.1086/178171>
- [279] Herbig T, Lawrence CR, Readhead ACS, et Gulkis S (1995) The Astrophysical Journal, **449**, L5-L8. <https://doi.org/10.1086/309616>
- [280] Holzapfel WL et al. (1995) American Astronomical Society, 187th AAS Meeting, id.86.02; Bulletin of the American Astronomical Society, **27**, 1413.
Bibcode: [1995AAS...187.8602H](https://doi.org/10.1086/187.8602H)
- [281] Jones M (1995) Astrophysical Letters and Communications, **32**, 347-353.
Bibcode: [1995ApL&C..32..347J](https://doi.org/10.1086/309541)
- [282] Kennicutt Jr RC, Freedman WL, et Mould JR (1995) The Astrophysical Journal, **110**, 1476-1491. <https://doi.org/10.1086/117621>
- [283] Mould J, et al. (1995) The Astrophysical Journal, **449**, 413-421.
<https://doi.org/10.1086/176066>
- [284] Nakamura TT et Suto Y (1995) Astrophysical Journal Letters, **447**, L65-L68.
<https://doi.org/10.1086/309580>
- [285] Raphaeli Y (1995) Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **33**, 541-579.
<https://doi.org/10.1146/annurev.aa.33.090195.002545>
- [286] Scheafer BE (1995) The Astrophysical Journal, **447**, L13.
<https://doi.org/10.1086/309549>
- [287] Tanvir NR, Shanks T, Ferguson HC & Robinson DRT (1995) Nature, **377**, 27-31.
<https://doi.org/10.1038/377027a0>
- [288] Whitmore BC et Schweizer F (1995), The Astronomical Journal, **210**, 960-980 et 1411-1416 (for graphics). <https://doi.org/10.1086/117334>
- [289] Birkinshaw M et Hughes JP (1994) The Astrophysical Journal, **420**, 33-43.
<https://doi.org/10.1086/173540>

- [290] Freedman W, et al. (1994) *Nature*, **371**, 757-762.
<https://doi.org/10.1038/371757a0>
- [291] Lu NY, Salpeter EE, et Hoffman GL (1994) *The Astrophysical Journal*, **426**, 473-485. <https://doi.org/10.1086/174083>
- [292] Schmidt BP, et al. (1994) *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, **432**, 42-48. Bibcode: [1994ApJ..432...42S](https://doi.org/10.1086/174083)
- [293] Tully RB (1993) *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **90**, 4806-4810. <https://doi.org/10.1073/pnas.90.11.4806>
- [294] Duemmler R (1992) *Astronomy and Astrophysics*, **264**, 1-10.
Bibcode: [1992A&A...264...1D](https://doi.org/10.1051/0004-6361:1992A&A...264...1D)
- [295] Lauer TD et Postman Marc (1992) *The Astrophysical Journal*, **400**, L47.
<https://doi.org/10.1086/186646>
- [296] Leibundgut B et Pinto P (1992) *The Astrophysical Journal*, **401**, 49-59.
<https://doi.org/10.1086/172037>
- [297] Birkinshaw M, Hughes JP, et Arnaud KA (1991) *The Astrophysical Journal*, **379**, 466-481. <https://doi.org/10.1086/170522>
- [298] Tonry JL (1991) *Astrophysical Journal Letters*, **373**, L1.
<https://doi.org/10.1086/186037>
- [299] Sandage A et Tammann GA (1990) *The Astrophysical Journal*, **365**, 1-12.
<https://doi.org/10.1086/169453>
- [300] Visvanathan N (1990) *Australian Journal of Physics*, **43**, 189-210.
<https://doi.org/10.1071/PH900189>
- [301] Sandage A et Tammann Ga (1988) *The Astrophysical Journal*, **321**, 1-3.
<https://doi.org/10.1086/166263>
- [302] Dressler A (1987) *The Astrophysical Journal*, **317**, 1-10.
<https://doi.org/10.1086/165251>
- [303] Tamman GA et Sandage A (1985) *The Astrophysical Journal*, **294**, 81-95.
<https://doi.org/10.1086/163277>
- [304] Visvanathan V (1983) *The Astrophysical Journal*, **275**, 430-444.
<https://doi.org/10.1086/161544>
- [305] Hanes DA (1979) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **188**, 901-909. <https://doi.org/10.1093/mnras/188.4.901>
- [306] Bottinelli L & Gouguenheim L (1976) *Astronomy and Astrophysics*, **51**, 275-282.
Bib code: [1976A&A....51.275B](https://doi.org/10.1051/0004-6361:1976A&A....51.275B)
- [307] Sandage A et Tammann GA (1976) *The Astrophysical Journal*, **210**, 7-24. <https://doi.org/10.1086/154798>
- [308] Sandage A et Tammann GA (1975) *The Astrophysical Journal*, **197**, 265-280. <https://doi.org/10.1086/153510>
- [309] Sandage A et Tammann GA (1974) *The Astrophysical Journal*, **194**, 559-568.
<https://doi.org/10.1086/153275>
- [310] Sandage A et Tammann GA (1974) *The Astrophysical Journal*, **194**, 223-243. <https://doi.org/10.1086/153238>

13. Annexe A (Logiciel en C++)

```

// Ce logiciel trouve "la meilleure" valeur expérimentale de H0 avec 508 données
// Compilé sur Dev-C++ 5.11 disponible gratuitement à:
//           https://sourceforge.net/projects/orwelldccpp/
#include<stdio.h> #include<stdbool.h> #include<math.h>
#define printf __mingw_printf
#define nbH0 508 //Number of measurements of H0 analyzed
#define Pi 3.141592654 //Definition of Pi
double Mean[5],Sigma[5],Multiplier[5];//Caractéristiques des courbes Gaussiennes
double A,B,C; //Coefficients de l'équation quadratique du sommet
double LMSTip; //Plus petit carré de l'approximation de la courbe au sommet
double BEH; //Meilleure estimation de H0
double H0[2*nbH0-1],NbCrossings[2*nbH0-1];
double nbCrossings[2*nbH0-1]; //Vecteur du nombre de croisements
double Accuracy_ppm; //Précision de H0 en ppm comparé à la valeur théorique
double TVH = 72.09548580; //Valeur théorique de H0 (en km/(s*MParsec))
unsigned int PosTipIndex; //Index correspondant au sommet du tableau nbCrossings
int n = 20; //Nombre échantillons avant et après PosTipIndex pour équation du sommet

double Sqr(double value) {return value*value;} //***Retourne le carré de la valeur

//***Fonction qui retourne la valeur de la racine carrée
double Sqrt(double Value) {
    double D; //Valeur bidon    double V; //Valeur retournée    int i; //Compteur
    V=0;  D=Value;
    for (i=0;i<=80;i++) { //Donne 80 bits de précision
        D=-D/2;
        if (D<0) while (V*V>Value) V=V+D; else while (V*V<Value) V=V+D;
    }
    return V;
} //Fin de Sqrt

double Exp(double Value) { return pow(2.718281828,Value);} //***Retourne e^Valeur

//***Cette procédure crée un tableau de 2*nbH0 valeurs croissantes
//***de H0[i] avec les tolérances T[i] et les signes +/- Variation[i].
void CreateTableOfCrossingH0Ranges(void) {
    double PT[nbH0],NT[nbH0]; //Tolérance positive et négative
    double Variation[2*nbH0]; //Variation dans la plage de tolérance
    double DH0,DSgn; //H0 et Sgn bidons utilisés pour mettre H en ordre croissant
    int DeltaCrossings; //Variation of on the number of crossings
    int i,j,k; //Compteurs
    i=0;
    //Nous énumérons toutes les H0 valeurs et leurs plages de tolérance trouvé sur Internet
    //Entre crochets, nous ajoutons les références bibliographiques
}

```

H0[i]=69; PT[i]=+16; NT[i++]=-8; // [24]Abbott et al.
 H0[i]=70; PT[i]=+2.7; NT[i++]=-2.7; // [25]Addisson
 H0[i]=72.4; PT[i]=+3.9; NT[i++]=-4.8; // [25]Addisson
 H0[i]=73.1; PT[i]=+3.3; NT[i++]=-3.9; // [25]Addisson
 H0[i]=73.2; PT[i]=+1.3; NT[i++]=-1.3; // [25]Addisson
 H0[i]=68.7; PT[i]=+1.3; NT[i++]=-1.3; // [25]Addisson
 H0[i]=73.5; PT[i]=+5.3; NT[i++]=-5.3; // [26]Baxter & Sherwin
 H0[i]=73.3; PT[i]=+0.7; NT[i++]=-0.7; // [27]Blakeslee et al.
 H0[i]=73.78; PT[i]=+0.84; NT[i++]=-0.84; // [28]Bonilla
 H0[i]=73.577; PT[i]=+0.106; NT[i++]=-0.106; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=73.493; PT[i]=+0.144; NT[i++]=-0.144; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=73.222; PT[i]=+0.262; NT[i++]=-0.262; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=73.664; PT[i]=+0.223; NT[i++]=-0.223; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=73.576; PT[i]=+0.105; NT[i++]=-0.105; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=73.513; PT[i]=+0.142; NT[i++]=-0.142; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=73.192; PT[i]=+0.265; NT[i++]=-0.265; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=73.678; PT[i]=+0.223; NT[i++]=-0.223; // [29]Dainotti et al.
 H0[i]=71.8; PT[i]=+3.9; NT[i++]=-3.3; // [30]Denzel et al.
 H0[i]=72.94; PT[i]=+0.75; NT[i++]=-0.75; // [31]Di Valentino
 H0[i]=72.7; PT[i]=+1.1; NT[i++]=-1.1; // [31]Di Valentino
 H0[i]=68.8; PT[i]=+45.7; NT[i++]=-25.5; // [32]Gayathri et al.
 H0[i]=62.3; PT[i]=+9.1; NT[i++]=-9.1; // [33]Hagstotz et al.
 H0[i]=70.5; PT[i]=+2.37; NT[i++]=-2.37; // [34]Kethan et al.
 H0[i]=72.86; PT[i]=+0.036; NT[i++]=-0.036; // Mercier (this document)
 H0[i]=72.105; PT[i]=+0.036; NT[i++]=-0.036; // Mercier (this document)
 H0[i]=68.3; PT[i]=+4.6; NT[i++]=-4.6; // [35]Mukherjee et al.
 H0[i]=70; PT[i]=+0.5; NT[i++]=-0.5; // [36]Park et al.
 H0[i]=65.1; PT[i]=+3; NT[i++]=-5.4; // [37]Philcox et al.
 H0[i]=65.6; PT[i]=+3.4; NT[i++]=-3.5; // [37]Philcox et al.
 H0[i]=70.6; PT[i]=+3.7; NT[i++]=-5; // [37]Philcox et al.
 H0[i]=78.3; PT[i]=+2.9; NT[i++]=-2.9; // [38]Qi et al.
 H0[i]=73.6; PT[i]=+1.8; NT[i++]=-1.6; // [38]Qi et al.
 H0[i]=73; PT[i]=+1.4; NT[i++]=-1.4; // [39]Riess et al.
 H0[i]=73.2; PT[i]=+1.3; NT[i++]=-1.3; // [39]Riess et al.
 H0[i]=72.1; PT[i]=+2; NT[i++]=-2; // [40]Soltis et al.
 H0[i]=69.5; PT[i]=+4; NT[i++]=-4; // [41]Wang & Giannios
 H0[i]=71; PT[i]=+20; NT[i++]=-20; // [42]Zhang et al.
 H0[i]=67.4; PT[i]=+0.5; NT[i++]=-0.5; // [43]Aghanim et al.
 H0[i]=67.73; PT[i]=+0.41; NT[i++]=-0.41; // [44]Benevento
 H0[i]=68.22; PT[i]=+0.39; NT[i++]=-0.39; // [44]Benevento
 H0[i]=72.5; PT[i]=+1.85; NT[i++]=-1.85; // [44]Benevento
 H0[i]=69.17; PT[i]=+1.09; NT[i++]=-1.09; // [44]Benevento
 H0[i]=74.5; PT[i]=+5.6; NT[i++]=-6.1; // [45]Birrer et al.
 H0[i]=67.4; PT[i]=+4.1; NT[i++]=-3.2; // [45]Birrer et al.

H0[i]=75.35; PT[i]==+1.68; NT[i++]=-1.68; // [46]Camarena & Marra
 H0[i]=74; PT[i]==+0.625; NT[i++]=-0.625; // [47]Chang & Zhu
 H0[i]=73.8; PT[i]==+6.3; NT[i++]=-5.8; // [48]Coughlin et al.
 H0[i]=71.2; PT[i]==+3.2; NT[i++]=-3.1; // [48]Coughlin et al.
 H0[i]=72.4; PT[i]==+1.4; NT[i++]=-1.4; // [49]D'Agostino
 H0[i]=71.5; PT[i]==+1.3; NT[i++]=-1.3; // [49]D'Agostino
 H0[i]=71.54; PT[i]==+1.78; NT[i++]=-1.78; // [50]Dai WM et al.
 H0[i]=73.12; PT[i]==+1.14; NT[i++]=-1.14; // [50]Dai WM et al.
 H0[i]=66.2; PT[i]==+4.4; NT[i++]=-4.2; // [51]Dietrich et al.
 H0[i]=69.9; PT[i]==+0.84; NT[i++]=-0.86; // [52]Gonzalez et al.
 H0[i]=71; PT[i]==+4; NT[i++]=-4; // [53]González-Serrena et al.
 H0[i]=74.62; PT[i]==+12.35; NT[i++]=-11.34; // [54]Haboury
 H0[i]=71.89; PT[i]==+11.02; NT[i++]=-10.17; // [54]Haboury
 H0[i]=76.44; PT[i]==+55.76; NT[i++]=-50.17; // [54]Haboury
 H0[i]=50.9; PT[i]==+31.1; NT[i++]=-31.9; // [54]Haboury
 H0[i]=50.81; PT[i]==+28.19; NT[i++]=-27.81; // [54]Haboury
 H0[i]=71; PT[i]==+2; NT[i++]=-3; // [55]Harvey
 H0[i]=65.9; PT[i]==+1.5; NT[i++]=-1.5; // [56]Holanda et al.
 H0[i]=65.9; PT[i]==+4.4; NT[i++]=-4; // [56]Holanda et al.
 H0[i]=64.3; PT[i]==+4.5; NT[i++]=-4.4; // [56]Holanda et al.
 H0[i]=66.8; PT[i]==+13.4; NT[i++]=-9.2; // [57]Howlett & Davis
 H0[i]=64.8; PT[i]==+7.3; NT[i++]=-7.2; // [57]Howlett & Davis
 H0[i]=75.8; PT[i]==+5.2; NT[i++]=-4.9; // [58]Jaeger et al.
 H0[i]=65.8; PT[i]==+3.5; NT[i++]=-3.5; // [59]Kim et al.
 H0[i]=72.3; PT[i]==+1.4; NT[i++]=-1.4; // [60]Kreisch et al.
 H0[i]=71.5; PT[i]==+11.9; NT[i++]=-10.6; // [61]Li & Zhang
 H0[i]=74.7; PT[i]==+5.8; NT[i++]=-5.8; // [62]Lombriser
 H0[i]=72.06; PT[i]==+0.09; NT[i++]=-0.09; // [7]Mercier
 H0[i]=74; PT[i]==+1.6; NT[i++]=-1.6; // [63]Millon et al.
 H0[i]=74.2; PT[i]==+1.7; NT[i++]=-1.8; // [63]Millon et al.
 H0[i]=50.4; PT[i]==+28.1; NT[i++]=-19.5; // [64]Mukherjee et al.
 H0[i]=62.2; PT[i]==+29.5; NT[i++]=-19.7; // [64]Mukherjee et al.
 H0[i]=43.1; PT[i]==+24.6; NT[i++]=-11.4; // [64]Mukherjee et al.
 H0[i]=67.6; PT[i]==+4.3; NT[i++]=-4.2; // [64]Mukherjee et al.
 H0[i]=68.6; PT[i]==+14; NT[i++]=-8.5; // [65]Nicolaou et al.
 H0[i]=69.6; PT[i]==+1; NT[i++]=-1.3; // [66]Niedermann et Sloth
 H0[i]=71.4; PT[i]==+1; NT[i++]=-1; // [66]Niedermann et Sloth
 H0[i]=72; PT[i]==+12; NT[i++]=-8.2; // [67]Palmese et al.
 H0[i]=69.03; PT[i]==+0.87; NT[i++]=-0.87; // [68]Pandey et al.
 H0[i]=70.6; PT[i]==+1.1; NT[i++]=-1.1; // [68]Pandey et al.
 H0[i]=68.44; PT[i]==+0.52; NT[i++]=-0.52; // [68]Pandey et al.
 H0[i]=68.1; PT[i]==+0.58; NT[i++]=-0.58; // [68]Pandey et al.
 H0[i]=73.9; PT[i]==+3; NT[i++]=-3; // [69]Pesce et al.
 H0[i]=68.6; PT[i]==+1.8; NT[i++]=-1.8; // [70]Pogosian et al.

H0[i]=74.03; PT[i]=+1.42; NT[i++]=-1.42; // [71]Rui-Yun et al.
 H0[i]=75.1; PT[i]=+2.3; NT[i++]=-2.3; // [72]Schombert et al.
 H0[i]=74.2; PT[i]=+2.7; NT[i++]=-3; // [73]Shajib et al.
 H0[i]=67.52; PT[i]=+0.96; NT[i++]=-0.95; // [74]Sharov & Sinyakov
 H0[i]=70.87; PT[i]=+1.63; NT[i++]=-1.62; // [74]Sharov & Sinyakov
 H0[i]=69; PT[i]=+29; NT[i++]=-14; // [75]Vaslyev & Filippenko
 H0[i]=67; PT[i]=+41; NT[i++]=-26; // [75]Vaslyev & Filippenko
 H0[i]=71; PT[i]=+34; NT[i++]=-30; // [75]Vaslyev & Filippenko
 H0[i]=70; PT[i]=+29; NT[i++]=-18; // [75]Vaslyev & Filippenko
 H0[i]=72.3; PT[i]=+2.9; NT[i++]=-2.8; // [76]Vogl
 H0[i]=75.3; PT[i]=+3; NT[i++]=-2.9; // [77]Wei & Melia
 H0[i]=75.3; PT[i]=+1.9; NT[i++]=-1.9; // [77]Wei & Melia
 H0[i]=67.9; PT[i]=+1.1; NT[i++]=-1.3; // [78]Wu et al.
 H0[i]=72; PT[i]=+2.1; NT[i++]=-2.5; // [78]Wu et al.
 H0[i]=73.65; PT[i]=+1.95; NT[i++]=-2.26; // [79]Yang et al.
 H0[i]=67.95; PT[i]=+0.78; NT[i++]=-1.03; // [80]Zhang & Huang
 H0[i]=69.81; PT[i]=+2.22; NT[i++]=-2.7; // [80]Zhang & Huang
 H0[i]=66.75; PT[i]=+3.42; NT[i++]=-4.23; // [80]Zhang & Huang
 H0[i]=70.75; PT[i]=+1.55; NT[i++]=-1.55; // [81]Agrawal
 H0[i]=73.7; PT[i]=+1.4; NT[i++]=-1.4; // [82]Anderson
 H0[i]=72.5; PT[i]=+2.1; NT[i++]=-2.3; // [83]Birrer
 H0[i]=67.4; PT[i]=+0.5; NT[i++]=-0.5; // [84]Chang et al.
 H0[i]=82.8; PT[i]=+9.4; NT[i++]=-8.3; // [85]Chen et al.
 H0[i]=70.1; PT[i]=+5.3; NT[i++]=-4.5; // [85]Chen et al.
 H0[i]=77; PT[i]=+4; NT[i++]=-4.6; // [85]Chen et al.
 H0[i]=75.6; PT[i]=+3.2; NT[i++]=-3; // [85]Chen et al.
 H0[i]=76.8; PT[i]=+2.6; NT[i++]=-2.6; // [85]Chen et al.
 H0[i]=75.7; PT[i]=+4.5; NT[i++]=-4.4; // [86]Collett
 H0[i]=76.8; PT[i]=+4.2; NT[i++]=-3.8; // [86]Collett
 H0[i]=74.2; PT[i]=+3; NT[i++]=-2.9; // [86]Collett
 H0[i]=67.6; PT[i]=+1.1; NT[i++]=-1.1; // [87]Cuceu et al.
 H0[i]=67.4; PT[i]=+6; NT[i++]=-6.2; // [88]Domínguez
 H0[i]=66.6; PT[i]=+1.6; NT[i++]=-1.6; // [88]Domínguez
 H0[i]=70.3; PT[i]=+1.36; NT[i++]=-1.35; // [89]Dutta et al.
 H0[i]=77; PT[i]=+37; NT[i++]=-18; // [90]Fishbach et al.
 H0[i]=76; PT[i]=+19; NT[i++]=-13; // [90]Fishbach et al.
 H0[i]=69.8; PT[i]=+0.8; NT[i++]=-0.8; // [91]Freedman et al.
 H0[i]=68.09; PT[i]=+0.45; NT[i++]=-0.45; // [92]Guo et al.
 H0[i]=69.34; PT[i]=+0.93; NT[i++]=-0.93; // [92]Guo et al.
 H0[i]=69.67; PT[i]=+0.95; NT[i++]=-0.94; // [92]Guo et al.
 H0[i]=69.36; PT[i]=+0.82; NT[i++]=-0.82; // [92]Guo et al.
 H0[i]=69.25; PT[i]=+0.99; NT[i++]=-0.99; // [92]Guo et al.
 H0[i]=74; PT[i]=+16; NT[i++]=-8; // [93]Hotokezaka et al.
 H0[i]=70.3; PT[i]=+5.3; NT[i++]=-5; // [93]Hotokesaka et al.

H0[i]=82.4; PT[i]=+8.4; NT[i++]=-8.3; // [94]Jee et al.
 H0[i]=67; PT[i]=+3; NT[i++]=-3; // [95]Kozmanyan et al.
 H0[i]=72.2; PT[i]=+2.1; NT[i++]=-2.1; // [96]Liao et al.
 H0[i]=73; PT[i]=+2.8; NT[i++]=-3; // [96]Liao et al.
 H0[i]=67.8; PT[i]=+1.3; NT[i++]=-1.3; // [97]MacAulay et al.
 H0[i]=67.37; PT[i]=+0.62; NT[i++]=-0.62; // [98]Martinelli
 H0[i]=68.8; PT[i]=+1.6; NT[i++]=-1.6; // [98]Martinelli
 H0[i]=73.9; PT[i]=+2.5; NT[i++]=-2.5; // [98]Martinelli
 H0[i]=67.68; PT[i]=+0.46; NT[i++]=-0.46; // [98]Martinelli
 H0[i]=68.4; PT[i]=+1; NT[i++]=-1; // [98]Martinelli
 H0[i]=69.2; PT[i]=+1.5; NT[i++]=-1.5; // [98]Martinelli
 H0[i]=67.51; PT[i]=+0.61; NT[i++]=-0.61; // [98]Martinelli
 H0[i]=68.9; PT[i]=+1.1; NT[i++]=-1.1; // [98]Martinelli
 H0[i]=72.1; PT[i]=+2.1; NT[i++]=-1.8; // [98]Martinelli
 H0[i]=67.75; PT[i]=+0.46; NT[i++]=-0.46; // [98]Martinelli
 H0[i]=68.59; PT[i]=+0.86; NT[i++]=-0.86; // [98]Martinelli
 H0[i]=69.6; PT[i]=+1.3; NT[i++]=-1.3; // [98]Martinelli
 H0[i]=71.505; PT[i]=+0.03; NT[i++]=-0.03; // [2]Mercier
 H0[i]=69; PT[i]=+1.7; NT[i++]=-1.7; // [99]Park & Ratra
 H0[i]=69.8; PT[i]=+1.8; NT[i++]=-1.8; // [99]Park & Ratra
 H0[i]=68.9; PT[i]=+1.7; NT[i++]=-1.7; // [99]Park & Ratra
 H0[i]=70.1; PT[i]=+1.9; NT[i++]=-1.9; // [99]Park & Ratra
 H0[i]=68.5; PT[i]=+1.8; NT[i++]=-1.8; // [99]Park & Ratra
 H0[i]=69.6; PT[i]=+1.9; NT[i++]=-1.9; // [99]Park & Ratra
 H0[i]=72; PT[i]=+1.9; NT[i++]=-1.9; // [100]Reid
 H0[i]=73.5; PT[i]=+1.4; NT[i++]=-1.4; // [100]Reid
 H0[i]=74.22; PT[i]=+1.82; NT[i++]=-1.82; // [101]Riess et al.
 H0[i]=74.03; PT[i]=+1.42; NT[i++]=-1.42; // [101]Riess et al.
 H0[i]=72.8; PT[i]=+1.1; NT[i++]=-1.1; // [102]Riess
 H0[i]=74.3; PT[i]=+1; NT[i++]=-1; // [102]Riess
 H0[i]=71.6; PT[i]=+3.8; NT[i++]=-4.9; // [103]Rusu et al.
 H0[i]=67.99; PT[i]=+0.91; NT[i++]=-0.88; // [104]Ryan
 H0[i]=68.24; PT[i]=+2.39; NT[i++]=-2.33; // [104]Ryan
 H0[i]=66.79; PT[i]=+2.6; NT[i++]=-2.32; // [104]Ryan
 H0[i]=66.8; PT[i]=+2.5; NT[i++]=-2.3; // [104]Ryan
 H0[i]=66.13; PT[i]=+1.38; NT[i++]=-2.09; // [104]Ryan
 H0[i]=67.1; PT[i]=+2.4; NT[i++]=-2.3; // [104]Ryan
 H0[i]=68.44; PT[i]=+0.7; NT[i++]=-0.69; // [104]Ryan
 H0[i]=69.32; PT[i]=+1.42; NT[i++]=-1.42; // [104]Ryan
 H0[i]=68; PT[i]=+2.27; NT[i++]=-1.94; // [104]Ryan
 H0[i]=66.6; PT[i]=+2.2; NT[i++]=-1.9; // [104]Ryan
 H0[i]=67.19; PT[i]=+1; NT[i++]=-1.6; // [104]Ryan
 H0[i]=66.8; PT[i]=+1.8; NT[i++]=-1.7; // [104]Ryan
 H0[i]=63.13; PT[i]=+6.48; NT[i++]=-6.48; // [105]Saha & Sahoo

| | | | |
|---------------|--------------|-----------------|--|
| H0[i]=74.2; | PT[i]=+2.7; | NT[i++]=-3; | //[106]Shajib et al. |
| H0[i]=75; | PT[i]=+40; | NT[i++]=-32; | //[107]Soares-Santos |
| H0[i]=78; | PT[i]=+96; | NT[i++]=-24; | //[107]Soares-Santos |
| H0[i]=73.1; | PT[i]=+0.7; | NT[i++]=-0.7; | //[108]Taubenberger et al. |
| H0[i]=68; | PT[i]=+14; | NT[i++]=-7; | //[109]Tiwari et al. |
| H0[i]=68; | PT[i]=+18; | NT[i++]=-8; | //[109]Tiwari et al. |
| H0[i]=73.9; | PT[i]=+1; | NT[i++]=-1; | //[110]Verde et al. |
| H0[i]=72.5; | PT[i]=+1.2; | NT[i++]=-1.2; | //[110]Verde et al. |
| H0[i]=73.3; | PT[i]=+1.7; | NT[i++]=-1.8; | //[111]Wong et al. |
| H0[i]=72.4; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[112]Yuan et al. |
| H0[i]=68.36; | PT[i]=+0.53; | NT[i++]=-0.52; | //[113]Zhang & Huang |
| H0[i]=64.9; | PT[i]=+4.6; | NT[i++]=-4.3; | //[114]Zeng et Yan |
| H0[i]=67.4; | PT[i]=+1.1; | NT[i++]=-1.2; | //[115]Abbott et al. |
| H0[i]=69.3; | PT[i]=+0.4; | NT[i++]=-0.6; | //[115]Abbott et al. |
| H0[i]=73.24; | PT[i]=+1.74; | NT[i++]=-1.74; | //[116]Benetti et al. |
| H0[i]=72.5; | PT[i]=+2.1; | NT[i++]=-2.1; | //[117]Bolejko |
| H0[i]=68.1; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[117]Bolejko |
| H0[i]=76; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[118]Braatz |
| H0[i]=69.3; | PT[i]=+4.2; | NT[i++]=-4.2; | //[118]Braatz |
| H0[i]=71.9; | PT[i]=+7.1; | NT[i++]=-7.1; | //[119]Cantiello et al. |
| H0[i]=73.24; | PT[i]=+1.74; | NT[i++]=-1.74; | //[120]Chen |
| H0[i]=67.4; | PT[i]=+0.5; | NT[i++]=-0.5; | //[120]Chen |
| H0[i]=73.24; | PT[i]=+1.74; | NT[i++]=-1.74; | //[121]Choudhury & Choubey |
| H0[i]=72.8; | PT[i]=+1.6; | NT[i++]=-1.6; | //[122]Dhawan et al. |
| H0[i]=55; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-20; | //[123]Di Valentino & Melchiorri |
| H0[i]=67.06; | PT[i]=+1.68; | NT[i++]=-1.68; | //[124]Gomez-Valent |
| H0[i]=68.9; | PT[i]=+1.96; | NT[i++]=-1.96; | //[124]Gomez-Valent |
| H0[i]=68.45; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[124]Gomez-Valent |
| H0[i]=73.5; | PT[i]=+4.6; | NT[i++]=-4.7; | //[125]Grillo |
| H0[i]=72.8; | PT[i]=+4.3; | NT[i++]=-4.1; | //[125]Grillo |
| H0[i]=69.8; | PT[i]=+5.3; | NT[i++]=-4.1; | //[125]Grillo |
| H0[i]=70.38; | PT[i]=+0.6; | NT[i++]=-0.6; | //[126]Hoeneisen et al. |
| H0[i]=71.17; | PT[i]=+1.66; | NT[i++]=-1.66; | //[127]Lee & Jang |
| H0[i]=73.52; | PT[i]=+1.62; | NT[i++]=-1.62; | //[128]Riess et al. |
| H0[i]=73.83; | PT[i]=+1.48; | NT[i++]=-1.48; | //[128]Riess et al. |
| H0[i]=73.48; | PT[i]=+1.66; | NT[i++]=-1.66; | //[129]Riess et al. |
| H0[i]=74.4; | PT[i]=+4.9; | NT[i++]=-4.9; | //[130]Van Putten |
| H0[i]=74.5; | PT[i]=+7.3; | NT[i++]=-7.3; | //[130]Van Putten |
| H0[i]=74.9; | PT[i]=+2.6; | NT[i++]=-2.6; | //[130]Van Putten |
| H0[i]=66.8; | PT[i]=+1.9; | NT[i++]=-1.9; | //[130]Van Putten |
| H0[i]=73.75; | PT[i]=+1.44; | NT[i++]=-1.44; | //[130]Van Putten |
| H0[i]=70; | PT[i]=+12; | NT[i++]=-8; | //[131]Vitale |
| H0[i]=67; | PT[i]=+4; | NT[i++]=-4; | //[132]Yu et al. |
| H0[i]=67.498; | PT[i]=+7.97; | NT[i++]=-3.278; | //[133]Zhang |

H0[i]=70; PT[i]=+12; NT[i++]=-8; // [134]Abbott
 H0[i]=72.5; PT[i]=+2.5; NT[i++]=-8; // [135]Bethapudi & Desai
 H0[i]=71.9; PT[i]=+2.4; NT[i++]=-3; // [136]Bonvin et al.
 H0[i]=69.2; PT[i]=+1.4; NT[i++]=-2.2; // [136]Bonvin et al.
 H0[i]=79; PT[i]=+4.4; NT[i++]=-4.2; // [136]Bonvin et al.
 H0[i]=73.75; PT[i]=+2.11; NT[i++]=-2.11; // [137]Cardona
 H0[i]=67.81; PT[i]=+0.92; NT[i++]=-0.92; // [137]Cardona
 H0[i]=66.93; PT[i]=+0.62; NT[i++]=-0.62; // [137]Cardona
 H0[i]=73.46; PT[i]=+1.4; NT[i++]=-1.4; // [137]Cardona
 H0[i]=68.3; PT[i]=+2.7; NT[i++]=-2.6; // [138]Chen Yun et al.
 H0[i]=68.4; PT[i]=+2.9; NT[i++]=-3.3; // [138]Chen Yun et al.
 H0[i]=65; PT[i]=+6.6; NT[i++]=-6.6; // [138]Chen Yun et al.
 H0[i]=67.9; PT[i]=+2.4; NT[i++]=-2.4; // [138]Chen Yun et al.
 H0[i]=68; PT[i]=+2.8; NT[i++]=-2.8; // [139]Farooq
 H0[i]=73.24; PT[i]=+1.74; NT[i++]=-1.74; // [139]Farooq
 H0[i]=72.72; PT[i]=+1.67; NT[i++]=-1.67; // [140]Feeney et al.
 H0[i]=73.15; PT[i]=+1.78; NT[i++]=-1.78; // [140]Feeney et al.
 H0[i]=67.6; PT[i]=+0.7; NT[i++]=-0.6; // [141]Grieb et al.
 H0[i]=73; PT[i]=+1.75; NT[i++]=-1.75; // [142]Guo & Zhang
 H0[i]=73.24; PT[i]=+1.74; NT[i++]=-1.74; // [142]Hjorth et al.
 H0[i]=69.13; PT[i]=+0.24; NT[i++]=-0.24; // [144]Huang et Huang
 H0[i]=71.66; PT[i]=+1.8; NT[i++]=-1.8; // [145]Jang & Lee
 H0[i]=73.72; PT[i]=+2.03; NT[i++]=-2.03; // [145]Jang & Lee
 H0[i]=71.17; PT[i]=+1.66; NT[i++]=-1.66; // [145]Jang & Lee
 H0[i]=66.2; PT[i]=+8.9; NT[i++]=-8.9; // [146]Pritychenko
 H0[i]=67.2; PT[i]=+6.9; NT[i++]=-6.9; // [146]Pritychenko
 H0[i]=69.13; PT[i]=+2.34; NT[i++]=-2.34; // [147]Wang et al.
 H0[i]=73.24; PT[i]=+1.74; NT[i++]=-1.74; // [148]Wei & Wu
 H0[i]=69.6; PT[i]=+0.7; NT[i++]=-0.7; // [148]Wei & Wu
 H0[i]=73.1; PT[i]=+5.7; NT[i++]=-6; // [149]Wong et al.
 H0[i]=72.5; PT[i]=+3.1; NT[i++]=-3.1; // [150]Zhang et al.
 H0[i]=67.8; PT[i]=+0.9; NT[i++]=-0.9; // [151]Ade et al.
 H0[i]=66; PT[i]=+6; NT[i++]=-6; // [152]Gao et al.
 H0[i]=70.1; PT[i]=+0.34; NT[i++]=-0.34; // [153]Ichiki et al.
 H0[i]=66.5; PT[i]=+1.8; NT[i++]=-1.8; // [154]Ludovic et al.
 H0[i]=64.2; PT[i]=+1.9; NT[i++]=-1.9; // [154]Ludovic et al.
 H0[i]=91.8; PT[i]=+5.3; NT[i++]=-5.3; // [155]Moresco et al.
 H0[i]=72.25; PT[i]=+2.51; NT[i++]=-2.51; // [156]Riess et al.
 H0[i]=72.04; PT[i]=+2.67; NT[i++]=-2.67; // [156]Riess et al.
 H0[i]=76.18; PT[i]=+2.37; NT[i++]=-2.37; // [156]Riess et al.
 H0[i]=74.5; PT[i]=+3.27; NT[i++]=-3.27; // [156]Riess et al.
 H0[i]=73.24; PT[i]=+1.74; NT[i++]=-1.74; // [156]Riess et al.
 H0[i]=76.2; PT[i]=+3.4; NT[i++]=-3.4; // [157]Tully et al.
 H0[i]=75; PT[i]=+2; NT[i++]=-2; // [157]Tully et al.

H0[i]=68.17; PT[i]==+1.55; NT[i++]=-1.56; // [158]Cheng & Qing Guo
H0[i]=68.11; PT[i]==+1.69; NT[i++]=-1.69; // [158]Cheng & Qing Guo
H0[i]=68.11; PT[i]==+0.86; NT[i++]=-0.86; // [158]Cheng & Qing Guo
H0[i]=67.7; PT[i]==+1.1; NT[i++]=-1.1; // [159]Cuesta et al.
H0[i]=69.8; PT[i]==+2.6; NT[i++]=-2.6; // [160]Jang & Lee
H0[i]=72.2; PT[i]==+3.3; NT[i++]=-3.3; // [160]Jang & Lee
H0[i]=68.1; PT[i]==+5.9; NT[i++]=-5.9; // [161]Kumar et al.
H0[i]=73; PT[i]==+26; NT[i++]=-22; // [162]Kuo et al.
H0[i]=70.6; PT[i]==+2.6; NT[i++]=-2.6; // [163]Rigault et al.
H0[i]=68.8; PT[i]==+3.3; NT[i++]=-3.3; // [163]Rigault et al.
H0[i]=67.3; PT[i]==+1.2; NT[i++]=-1.2; // [164]Ade et al.
H0[i]=70.8; PT[i]==+2.4; NT[i++]=-2.4; // [165]Ben-Dayan et al.
H0[i]=69.6; PT[i]==+0.7; NT[i++]=-0.7; // [166]Bennett et al.
H0[i]=64.9; PT[i]==+4.2; NT[i++]=-4.2; // [167]Busti et al.
H0[i]=72.5; PT[i]==+2.5; NT[i++]=-2.5; // [168]Efstathiou
H0[i]=70.6; PT[i]==+3.3; NT[i++]=-3.3; // [168]Efstathiou
H0[i]=74.1; PT[i]==+2.2; NT[i++]=-2.2; // [169]Lima & Cunha
H0[i]=70; PT[i]==+2.2; NT[i++]=-2.2; // [170]Bennett et al.
H0[i]=69.32; PT[i]==+0.8; NT[i++]=-0.8; // [170]Bennett et al.
H0[i]=68; PT[i]==+4.8; NT[i++]=-4.8; // [171]Braatz et al.
H0[i]=68; PT[i]==+2.8; NT[i++]=-2.8; // [172]Farooq & Bathra
H0[i]=73.8; PT[i]==+2.4; NT[i++]=-2.4; // [172]Farooq & Bathra
H0[i]=69.7; PT[i]==+2.4; NT[i++]=-2.4; // [173]Hinshaw et al.
H0[i]=70.4; PT[i]==+2.5; NT[i++]=-2.5; // [173]Hinshaw et al.
H0[i]=69.33; PT[i]==+0.88; NT[i++]=-0.88; // [173]Hinshaw et al.
H0[i]=70.2; PT[i]==+1.4; NT[i++]=-1.4; // [173]Hinshaw et al.
H0[i]=70; PT[i]==+3; NT[i++]=-3; // [174]Humphreys et al.
H0[i]=68; PT[i]==+9; NT[i++]=-9; // [175]Kuo et al.
H0[i]=49.97; PT[i]==+0.19; NT[i++]=-0.19; // [176]Pietrzynski et al.
H0[i]=68.9; PT[i]==+7.1; NT[i++]=-7.1; // [177]Reid et al.
H0[i]=72.1; PT[i]==+3.2; NT[i++]=-2.3; // [178]Salvatelli et al.
H0[i]=74.1; PT[i]==+2.1; NT[i++]=-2.1; // [179]Scowcroft et al.
H0[i]=69; PT[i]==+6; NT[i++]=-6; // [180]Sereno et Pacificz
H0[i]=80; PT[i]==+5.8; NT[i++]=-5.7; // [181]Suyu et al.
H0[i]=75.2; PT[i]==+4.4; NT[i++]=-4.2; // [181]Suyu et al.
H0[i]=73.1; PT[i]==+2.4; NT[i++]=-3.6; // [181]Suyu et al.
H0[i]=74.4; PT[i]==+3; NT[i++]=-3; // [182]Tully et al.
H0[i]=71.3; PT[i]==+2; NT[i++]=-2; // [183]Xia et al.
H0[i]=73.8; PT[i]==+2.4; NT[i++]=-2.4; // [184]Calabrese et al.
H0[i]=68; PT[i]==+2.8; NT[i++]=-2.8; // [184]Calabrese et al.
H0[i]=69.7; PT[i]==+2.5; NT[i++]=-2.5; // [184]Calabrese et al.
H0[i]=74.3; PT[i]==+3.1; NT[i++]=-3.1; // [185]Chavez
H0[i]=67; PT[i]==+3.2; NT[i++]=-3.2; // [186]Colless et al.
H0[i]=74.3; PT[i]==+3; NT[i++]=-3; // [187]Freedman et al.

| | | | |
|--------------|---------------|----------------|---------------------------|
| H0[i]=70.2; | PT[i]==+0.14; | NT[i++]=-0.14; | //[188]Pozzo |
| H0[i]=75.4; | PT[i]==+2.9; | NT[i++]=-2.9; | //[189]Riess et al. |
| H0[i]=56; | PT[i]==+2; | NT[i++]=-2; | //[190]Wang |
| H0[i]=68; | PT[i]==+5.5; | NT[i++]=-5.5; | //[191]Chen & Ratra |
| H0[i]=67; | PT[i]==+3.2; | NT[i++]=-3.2; | //[192]Beutler et al. |
| H0[i]=71; | PT[i]==+2.5; | NT[i++]=-2.5; | //[193]Jarosik et al. |
| H0[i]=70.4; | PT[i]==+1.3; | NT[i++]=-1.4; | //[193]Jarosik et al. |
| H0[i]=74.8; | PT[i]==+3.1; | NT[i++]=-3.1; | //[194]Riess et al. |
| H0[i]=74.4; | PT[i]==+2.5; | NT[i++]=-2.5; | //[194]Riess et al. |
| H0[i]=73.8; | PT[i]==+2.4; | NT[i++]=-2.4; | //[194]Riess et al. |
| H0[i]=73; | PT[i]==+2; | NT[i++]=-2; | //[195]Freedman & Madore |
| H0[i]=66; | PT[i]==+6; | NT[i++]=-4; | //[196]Paraficz et Hjorth |
| H0[i]=76; | PT[i]==+3; | NT[i++]=-3; | //[196]Paraficz et Hjorth |
| H0[i]=70.6; | PT[i]==+3.1; | NT[i++]=-3.1; | //[197]Suyu et al. |
| H0[i]=69.7; | PT[i]==+4.9; | NT[i++]=-5; | //[197]Suyu et al. |
| H0[i]=70.5; | PT[i]==+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[198]Hinshaw et al. |
| H0[i]=71.9; | PT[i]==+2.6; | NT[i++]=-2.7; | //[198]Hinshaw et al. |
| H0[i]=70.5; | PT[i]==+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[199]Komatsu et al. |
| H0[i]=70.4; | PT[i]==+1.4; | NT[i++]=-1.4; | //[199]Komatsu et al. |
| H0[i]=70.9; | PT[i]==+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[199]Komatsu et al. |
| H0[i]=70.1; | PT[i]==+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[199]Komatsu et al. |
| H0[i]=74.2; | PT[i]==+3.6; | NT[i++]=-3.6; | //[200]Riess et al. |
| H0[i]=84.2; | PT[i]==+6; | NT[i++]=-6; | //[201]Russell |
| H0[i]=83.4; | PT[i]==+8; | NT[i++]=-8; | //[201]Russell |
| H0[i]=88; | PT[i]==+6; | NT[i++]=-6; | //[201]Russell |
| H0[i]=61.7; | PT[i]==+1.2; | NT[i++]=-1.1; | //[202]Leith et al. |
| H0[i]=67; | PT[i]==+13; | NT[i++]=-10; | //[203]Vuissoz et al. |
| H0[i]=63; | PT[i]==+7; | NT[i++]=-3; | //[203]Vuissoz et al. |
| H0[i]=70; | PT[i]==+6; | NT[i++]=-6; | //[204]Oguri |
| H0[i]=68; | PT[i]==+6; | NT[i++]=-6; | //[204]Oguri |
| H0[i]=73.5; | PT[i]==+3.2; | NT[i++]=-3.2; | //[205]Spergel et al. |
| H0[i]=73.2; | PT[i]==+3.1; | NT[i++]=-3.2; | //[205]Spergel et al. |
| H0[i]=70.4; | PT[i]==+1.5; | NT[i++]=-1.6; | //[205]Spergel et al. |
| H0[i]=76.9; | PT[i]==+3.9; | NT[i++]=-3.4; | //[206]Bonamente et al. |
| H0[i]=73.7; | PT[i]==+4.6; | NT[i++]=-3.8; | //[206]Bonamente et al. |
| H0[i]=77.6; | PT[i]==+4.8; | NT[i++]=-4.3; | //[206]Bonamente et al. |
| H0[i]=70.8; | PT[i]==+1.9; | NT[i++]=-1.8; | //[207]Hütsi |
| H0[i]=74.92; | PT[i]==+2.28; | NT[i++]=-2.28; | //[208]Ngeow et Kanbur |
| H0[i]=74.37; | PT[i]==+2.27; | NT[i++]=-2.27; | //[208]Ngeow et Kanbur |
| H0[i]=62.3; | PT[i]==+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[209]Sandage et al. |
| H0[i]=60.9; | PT[i]==+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[209]Sandage et al. |
| H0[i]=60.7; | PT[i]==+1.5; | NT[i++]=-1.5; | //[209]Sandage et al. |
| H0[i]=72; | PT[i]==+6; | NT[i++]=-6; | //[210]Wang et al. |
| H0[i]=73.2; | PT[i]==+7; | NT[i++]=-7; | //[211]Gibson & Brook |

| | | | |
|-----------|-------------|---------------|--|
| H0[i]=75; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[212]Hamuy |
| H0[i]=65; | PT[i]=+12; | NT[i++]=-12; | //[212]Hamuy |
| H0[i]=58; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[213]Magain |
| H0[i]=58; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[214]Olivares et al. |
| H0[i]=73; | PT[i]=+4; | NT[i++]=-4; | //[215]Riess |
| H0[i]=69; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[216]Schmidt et al. |
| H0[i]=66; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[217]Stritzinger et al. |
| H0[i]=78; | PT[i]=+9; | NT[i++]=-9; | //[217]Stritzinger et al. |
| H0[i]=67; | PT[i]=+30; | NT[i++]=-18; | //[218]Udomprasert et al. |
| H0[i]=64; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-4; | //[219]Boffi & Riess |
| H0[i]=33; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[220]Dumin |
| H0[i]=69; | PT[i]=+12; | NT[i++]=-12; | //[221]Jimenez et al. |
| H0[i]=75; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-6; | //[222]Koopmans |
| H0[i]=70; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[223]Mei et al. |
| H0[i]=68; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[223]Mei et al. |
| H0[i]=68; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[223]Mei et al. |
| H0[i]=71; | PT[i]=+4; | NT[i++]=-4; | //[223]Mei et al. |
| H0[i]=77; | PT[i]=+19; | NT[i++]=-15; | //[224]Saunders et al. |
| H0[i]=85; | PT[i]=+20; | NT[i++]=-17; | //[224]Saunders et al. |
| H0[i]=72; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[225]Spergel et al. |
| H0[i]=71; | PT[i]=+4; | NT[i++]=-3; | //[225]Spergel et al. |
| H0[i]=63; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[226]Fassnacht et al. |
| H0[i]=72; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[227]Freedman |
| H0[i]=57; | PT[i]=+23; | NT[i++]=-16; | //[228]Grainge et al. |
| H0[i]=48; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-4; | //[229]Kochanek |
| H0[i]=71; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[229]Kochanek |
| H0[i]=72; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[229]Kochanek |
| H0[i]=62; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[229]Kochanek |
| H0[i]=75; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[230]Tikhonov & Galazoutdinova |
| H0[i]=81; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[230]Tikhonov & Galazoutdinova |
| H0[i]=59; | PT[i]=+15; | NT[i++]=-10; | //[231]Treu & Koopmans |
| H0[i]=71; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[232]Freedman et al. |
| H0[i]=71; | PT[i]=+3; | NT[i++]=-3; | //[232]Freedman et al. |
| H0[i]=70; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[232]Freedman et al. |
| H0[i]=72; | PT[i]=+9; | NT[i++]=-9; | //[232]Freedman et al. |
| H0[i]=82; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[232]Freedman et al. |
| H0[i]=72; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[232]Freedman et al. |
| H0[i]=65; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[233]Itoh |
| H0[i]=76; | PT[i]=+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[234]Jensen et al. |
| H0[i]=72; | PT[i]=+2.3; | NT[i++]=-2.3; | //[234]Jensen et al. |
| H0[i]=65; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[235]Koopmans et al. |
| H0[i]=71; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[236]Liu & Graham |
| H0[i]=64; | PT[i]=+14; | NT[i++]=-18; | //[237]Mason et al. |
| H0[i]=66; | PT[i]=+14; | NT[i++]=-11; | //[237]Mason et al. |

| | | | |
|-------------|-------------|---------------|-----------------------------|
| H0[i]=70; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[238]Mei et al. |
| H0[i]=69; | PT[i]=+4; | NT[i++]=-4; | //[239]Tonry |
| H0[i]=71; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[240]Willick & Puneet |
| H0[i]=63; | PT[i]=+4.3; | NT[i++]=-4.3; | //[241]Xiao-Feng et al. |
| H0[i]=69; | PT[i]=+4; | NT[i++]=-4; | //[242]Ferrarese et al. |
| H0[i]=68; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[243]Gibson et al. |
| H0[i]=71; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[244]Mould et al. |
| H0[i]=68; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[244]Mould et al. |
| H0[i]=71; | PT[i]=+4; | NT[i++]=-4; | //[245]Sakai et al. |
| H0[i]=77; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[246]Tikhonov et al. |
| H0[i]=69; | PT[i]=+12; | NT[i++]=-19; | //[247]Biggs et al. |
| H0[i]=69; | PT[i]=+18; | NT[i++]=-12; | //[248]Chae KH |
| H0[i]=74; | PT[i]=+18; | NT[i++]=-17; | //[248]Chae KH |
| H0[i]=42; | PT[i]=+9; | NT[i++]=-9; | //[249]Collier et al. |
| H0[i]=73; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[250]Freedman et al. |
| H0[i]=64; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-6; | //[251]Jha et al. |
| H0[i]=85; | PT[i]=+27; | NT[i++]=-23; | //[252]Mason & Myers |
| H0[i]=61; | PT[i]=+15; | NT[i++]=-14; | //[252]Mason & Myers |
| H0[i]=61; | PT[i]=+23; | NT[i++]=-21; | //[252]Mason & Myers |
| H0[i]=80; | PT[i]=+19; | NT[i++]=-17; | //[252]Mason & Myers |
| H0[i]=68; | PT[i]=+21; | NT[i++]=-19; | //[252]Mason & Myers |
| H0[i]=71; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[252]Mason & Myers |
| H0[i]=86; | PT[i]=+24; | NT[i++]=-24; | //[253]Mazumdar & Narasimba |
| H0[i]=67; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[254]Tanvir et al. |
| H0[i]=62.9; | PT[i]=+1.6; | NT[i++]=-1.6; | //[255]Tripp & Branch |
| H0[i]=62; | PT[i]=+2; | NT[i++]=-2; | //[255]Tripp & Branch |
| H0[i]=60; | PT[i]=+10; | NT[i++]=-10; | //[256]Branch |
| H0[i]=66; | PT[i]=+15; | NT[i++]=-14; | //[257]Goicoechea et al. |
| H0[i]=77; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[258]Harris et al. |
| H0[i]=47; | PT[i]=+23; | NT[i++]=-15; | //[259]Hughes & Birkinshaw |
| H0[i]=82; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[260]Lauer et al. |
| H0[i]=89; | PT[i]=+10; | NT[i++]=-10; | //[260]Lauer et al. |
| H0[i]=65.2; | PT[i]=+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[261]Riess et al. |
| H0[i]=63.8; | PT[i]=+1.3; | NT[i++]=-1.3; | //[261]Riess et al. |
| H0[i]=55; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[262]Tammann & Labhardt |
| H0[i]=60; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[263]Tripp |
| H0[i]=70; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[264]Giovanelli |
| H0[i]=76; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[264]Giovanelli |
| H0[i]=67; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[264]Giovanelli |
| H0[i]=75; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[265]Gregg |
| H0[i]=67; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[266]Hjorth & Tanvir |
| H0[i]=70; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[266]Hjorth & Tanvir |
| H0[i]=60; | PT[i]=+40; | NT[i++]=-23; | //[267]Holzapfel et al. |
| H0[i]=78; | PT[i]=+34; | NT[i++]=-28; | //[267]Holzapfel et al. |

| | | | |
|-------------|-------------|---------------|---|
| H0[i]=78; | PT[i]=+60; | NT[i++]=-40; | //[267]Holzapfel et al. |
| H0[i]=58; | PT[i]=+10; | NT[i++]=-5; | //[268]Hoyle et al. |
| H0[i]=74; | PT[i]=+10; | NT[i++]=-10; | //[269]Schechter |
| H0[i]=52.5; | PT[i]=+2.5; | NT[i++]=-2.5; | //[270]Sciama |
| H0[i]=54.8; | PT[i]=+0.3; | NT[i++]=-0.3; | //[270]Sciama |
| H0[i]=81; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[271]Tonry et al. |
| H0[i]=69; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[272]Amendola |
| H0[i]=80; | PT[i]=+17; | NT[i++]=-17; | //[272]Amendola |
| H0[i]=49.5; | PT[i]=+4.5; | NT[i++]=-4.5; | //[273]Biesiada |
| H0[i]=65; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[274]Forbes et al. |
| H0[i]=103; | PT[i]=+59; | NT[i++]=-28; | //[275]Kobayashi |
| H0[i]=82; | PT[i]=+56; | NT[i++]=-24; | //[275]Kobayashi |
| H0[i]=60; | PT[i]=+24; | NT[i++]=-13; | //[275]Kobayashi |
| H0[i]=51; | PT[i]=+10; | NT[i++]=-7; | //[275]Kobayashi |
| H0[i]=33; | PT[i]=+22; | NT[i++]=-9; | //[275]Kobayashi |
| H0[i]=74; | PT[i]=+26; | NT[i++]=-15; | //[275]Kobayashi |
| H0[i]=63; | PT[i]=+28; | NT[i++]=-15; | //[275]Kobayashi |
| H0[i]=80; | PT[i]=+17; | NT[i++]=-17; | //[276]Mallik |
| H0[i]=87; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[276]Mallik |
| H0[i]=55; | PT[i]=+3; | NT[i++]=-3; | //[277]Schaefer |
| H0[i]=56; | PT[i]=+3; | NT[i++]=-3; | //[277]Schaefer |
| H0[i]=82.5; | PT[i]=+5.9; | NT[i++]=-3; | //[278]Grogin & Narayan |
| H0[i]=82.5; | PT[i]=+8.7; | NT[i++]=-5.6; | //[278]Grogin & Narayan |
| H0[i]=71; | PT[i]=+30; | NT[i++]=-25; | //[279]Herbig |
| H0[i]=74.6; | PT[i]=+47; | NT[i++]=-33; | //[280]Holzapfel et al. |
| H0[i]=38; | PT[i]=+18; | NT[i++]=-16; | //[281]Jones |
| H0[i]=80; | PT[i]=+17; | NT[i++]=-17; | //[282]Kennicutt Jr et al. |
| H0[i]=73; | PT[i]=+11; | NT[i++]=-11; | //[283]Mould |
| H0[i]=81; | PT[i]=+11; | NT[i++]=-11; | //[283]Mould |
| H0[i]=84; | PT[i]=+16; | NT[i++]=-16; | //[283]Mould |
| H0[i]=76; | PT[i]=+10; | NT[i++]=-10; | //[283]Mould |
| H0[i]=82; | PT[i]=+11; | NT[i++]=-11; | //[283]Mould |
| H0[i]=71; | PT[i]=+10; | NT[i++]=-10; | //[283]Mould |
| H0[i]=80; | PT[i]=+17; | NT[i++]=-17; | //[283]Mould |
| H0[i]=80; | PT[i]=+17; | NT[i++]=-17; | //[284]Nakamura & Suto |
| H0[i]=58; | PT[i]=+6; | NT[i++]=-6; | //[285]Rephaeli |
| H0[i]=51; | PT[i]=+7; | NT[i++]=-7; | //[286]Schaefer |
| H0[i]=61; | PT[i]=+12; | NT[i++]=-12; | //[286]Schaefer |
| H0[i]=26; | PT[i]=+5; | NT[i++]=-5; | //[286]Schaefer |
| H0[i]=69; | PT[i]=+8; | NT[i++]=-8; | //[287]Tanvir et al. |
| H0[i]=78; | PT[i]=+11; | NT[i++]=-11; | //[288]Whitmore & Schweizer |
| H0[i]=65; | PT[i]=+25; | NT[i++]=-25; | //[289]Birkinshaw & Hughes |
| H0[i]=55; | PT[i]=+17; | NT[i++]=-17; | //[289]Birkinshaw & Hughes |
| H0[i]=80; | PT[i]=+17; | NT[i++]=-17; | //[290]Freedman |

```

H0[i]=84;    PT[i]=+5;    NT[i++]=-5;    // [291] Lu et al.
H0[i]=73;    PT[i]=+6;    NT[i++]=-6;    // [292] Schmidt & Kirshner
H0[i]=90;    PT[i]=+10;   NT[i++]=-10;   // [293] Tully
H0[i]=43.5;  PT[i]=+2.7;  NT[i++]=-2.7;  // [294] Duemmler
H0[i]=77;    PT[i]=+8;    NT[i++]=-8;    // [295] Lauer & Postman
H0[i]=51;    PT[i]=+5;    NT[i++]=-5;    // [295] Lauer & Postman
H0[i]=75;    PT[i]=+30;   NT[i++]=-30;   // [296] Leibundgut & Pinto
H0[i]=40;    PT[i]=+9;    NT[i++]=-9;    // [297] Birkinshaw
H0[i]=45;    PT[i]=+12;   NT[i++]=-12;   // [297] Birkinshaw
H0[i]=82;    PT[i]=+7;    NT[i++]=-7;    // [298] Tonry
H0[i]=52;    PT[i]=+2;    NT[i++]=-2;    // [299] Sandage & Tamman
H0[i]=45;    PT[i]=+3;    NT[i++]=-3;    // [299] Sandage & Tamman
H0[i]=73;    PT[i]=+10;   NT[i++]=-10;   // [300] Visvanathan
H0[i]=50;    PT[i]=+10;   NT[i++]=-10;   // [301] Sandage & Tamman
H0[i]=52;    PT[i]=+2;    NT[i++]=-2;    // [301] Sandage & Tamman
H0[i]=50;    PT[i]=+7;    NT[i++]=-7;    // [301] Sandage & Tamman
H0[i]=67;    PT[i]=+10;   NT[i++]=-10;   // [302] Dressler
H0[i]=74.3;  PT[i]=+11;   NT[i++]=-11;   // [304] Visvanathan
H0[i]=74.3;  PT[i]=+11;   NT[i++]=-11;   // [305] Hanes
H0[i]=76;    PT[i]=+8;    NT[i++]=-8;    // [306] Bottinelli & Gouguenheim
H0[i]=50.3;  PT[i]=+4.3;  NT[i++]=-4.3;  // [307] Sandage & Tamman
H0[i]=56.9;  PT[i]=+3.4;  NT[i++]=-3.4;  // [308] Sandage & Tamman
H0[i]=57;    PT[i]=+6;    NT[i++]=-6;    // [309] Sandage & Tamman
H0[i]=55.5;  PT[i]=+8.7;  NT[i]=-8.7;   // [310] Sandage & Tamman

// Crée un tableau de H0 qui contient toutes les extrémités des plages de tolérances
for (i=0;i<=nbH0-1;i++) {
    H0[i+nbH0]=H0[i]+PT[i]; Variation[i+nbH0]=PT[i];
    H0[i]=H0[i]+NT[i]; Variation[i]=NT[i]; }

// Trie le tableau de H0 en ordre croissant avec les tolérances Variation correspondantes
for (j=0;j<=2*nbH0-2;j++) {
    for (i=j+1;i<=2*nbH0-1;i++) {
        if (H0[i]<H0[j]) {
            DH0=H0[j]; DSgn=Variation[j]; H0[j]=H0[i];
            Variation[j]=Variation[i]; H0[i]=DH0; Variation[i]=DSgn; } } }

for (i=0;i<=2*nbH0-1;i++) { // Construit le tableau nbCrossings
    if (i==0) { nbCrossings[i]=1; }
    else {
        if (Variation[i]<0) {nbCrossings[i]=nbCrossings[i-1]+1;}
        if (Variation[i]>0) {nbCrossings[i]=nbCrossings[i-1]-1;}
        if (H0[i]==H0[i-1]) {
            j=i; DeltaCrossings=0;
            do {
                if (Variation[j]<0) {DeltaCrossings=DeltaCrossings+1;}
                if (Variation[j]>0) {DeltaCrossings=DeltaCrossings-1;} 
```

```

j=j-1; } while (H0[j]==H0[i]);
for(k=i;k>j;k--) {nbCrossings[k]=nbCrossings[j]+DeltaCrossings;}
} } } //Fin de CreateTableOfCrossingH0Ranges

/**Fonction qui retourne la coordonnée y qui correspond à x pour une courbe
/**gaussienne non-centrée
double GaussianCurve(double x, double Mean, double Sigma, double Multiplier) {
    double y; //Coordonnée y correspondant à x pour une gaussienne non-centrée
    y=(Multiplier/(Sigma*Sqrt(2*Pi)))*exp(-0.5*Sqr((x-Mean)/Sigma));
    return y; } //Fin de CreateApproximativeCurve

/**Les meilleures gaussiennes pour s'ajuster au tableau nbCrossing en fonction de H0**
double FindsGaussianCurvesLS(double Mean[5],double Sigma[5],double Multiplier[5]) {
    int i,j; //Compteurs      double LS = 0; //Moindre carré
    double Sum; //Somme de 5 courbes gaussiennes pour une valeur spécifique H0
    for (j=0;j<=2*nbH0-1;j++) {
        Sum=0;
        for (i=0;i<=4;i++) {
            Sum=Sum+GaussianCurve(H0[j],Mean[i],Sigma[i],Multiplier[i]); }
        //Nous donnons un plus gros poids pour toutes les erreurs entre 69.2 et 72.1 pour
        //modéliser le fossé entre les valeurs
        if ((H0[i]>=69.2)&&(H0[i]<=72.1)) {
            LS=LS+10*(Sqr(nbCrossings[j]-Sum));}
        else { LS=LS+Sqr(nbCrossings[j]-Sum); }
        } return LS; } //Fin de FindsGaussianCurvesLS

/**Cette fonction trouve les meilleures gaussiennes pour s'adapter à la courbe réelle
void FindsBestGaussiansToFitRealCurve(void) {
    int i; //Compteur
    double DMean[5],DSigma[5],DMultiplier[5]; //Tableau bidon
    double LS, PLS; //Moindre carré et Moindre carré précédent
    double StepMean = 0.1, StepSigma = 0.1, StepMultiplier = 0.1; //Variation des valeurs
    int nbMeanNotImproved = 0; //Dit combien de fois Mean ne s'est pas amélioré
    int nbSigmaNotImproved = 0; //Dit combien de fois Sigma ne s'est pas amélioré
    int nbMultiplierNotImproved = 0; //Combien de fois Multiplier ne s'est pas amélioré
    //Valeurs de départ (valeurs approximatives seulement)
    Mean[0]=71;           Sigma[0]=1;       Multiplier[0]=-280;
    Mean[1]=68;           Sigma[1]=17;      Multiplier[1]=3800;
    Mean[2]=Mean[1];      Sigma[2]=3;       Multiplier[2]=880;
    Mean[3]=73;           Sigma[3]=7;       Multiplier[3]=1200;
    Mean[4]=Mean[3];      Sigma[4]=2;       Multiplier[4]=470;
    //Remplie les 3 tableaux bidons DMean, DSigma et DMultiplier
    //avec les mêmes valeurs que les tableaux Mean, Sigma et Multiplier
    for(i=0;i<=4;i++) {

```

```

DMean[i]=Mean[i]; DSigma[i]=Sigma[i]; DMultiplier[i]=Multiplier[i]; }
//Essaie de trouver les 5 meilleures gaussiennes pour s'adapter à la courbe
do {
    for (i=0;i<=4;i++) {
        //Nous améliorons Mean[i],
        //mais nous forçons Mean[2] = Mean[1] & Mean[4] = Mean[3]
        if ((i!=2)&&(i!=4)) {
            PLS=FindsGaussianCurvesLS(Mean,Sigma,Multiplier);
            DMean[i]=Mean[i]+StepMean;
            if (i==1) {DMean[2]=DMean[i];}
            if (i==3) {DMean[4]=DMean[i];}
            LS=FindsGaussianCurvesLS(DMean,DSigma,DMultiplier);
            if (LS<PLS) {
                Mean[i]=DMean[i];
                if (i==1) {Mean[2]=DMean[i];}
                if (i==3) {Mean[4]=DMean[i];}
                nbMeanNotImproved=0; }
            else {
                DMean[i]=Mean[i]-StepMean;
                if (i==1) {DMean[2]=DMean[i];}
                if (i==3) {DMean[4]=DMean[i];}
                LS=FindsGaussianCurvesLS(DMean,DSigma,DMultiplier);
                if (LS<PLS) {
                    Mean[i]=DMean[i];
                    if (i==1) {Mean[2]=DMean[i];}
                    if (i==3) {Mean[4]=DMean[i];}
                    nbMeanNotImproved=0; }
                else {
                    DMean[i]=Mean[i];
                    if (i==1) {DMean[2]=DMean[i];}
                    if (i==3) {DMean[4]=DMean[i];}
                    nbMeanNotImproved++;
                    if (nbMeanNotImproved>=100) {
                        nbMeanNotImproved=0; StepMean=StepMean/10; } } } }
        //Nous essayons d'améliorer Sigma[i]
        PLS=FindsGaussianCurvesLS(Mean,Sigma,Multiplier);
        DSigma[i]=Sigma[i]+StepSigma;
        LS=FindsGaussianCurvesLS(DMean,DSigma,DMultiplier);
        if (LS<PLS) { Sigma[i]=DSigma[i]; nbSigmaNotImproved=0; }
        else {
            DSigma[i]=Sigma[i]-StepSigma;
            LS=FindsGaussianCurvesLS(DMean,DSigma,DMultiplier);
            if (LS<PLS) {
                Sigma[i]=DSigma[i]; nbSigmaNotImproved=0; }
    }
}

```

```

else {
    DSigma[i]=Sigma[i]; nbSigmaNotImproved++;
    if (nbSigmaNotImproved>=100) {
        nbSigmaNotImproved=0; StepSigma=StepSigma/10; } } }

//Nous essayons d'améliorer Multiplier[i]
PLS=FindsGaussianCurvesLS(Means,Sigma,Multiplier);
DMultiplier[i]=Multiplier[i]+StepMultiplier;
LS=FindsGaussianCurvesLS(DMeans,DSigma,DMultiplier);
if (LS<PLS) {
    Multiplier[i]=DMultiplier[i]; nbMultiplierNotImproved=0; }
else {
    DMultiplier[i]=Multiplier[i]-StepMultiplier;
    LS=FindsGaussianCurvesLS(DMeans,DSigma,DMultiplier);
    if (LS<PLS) {
        Multiplier[i]=DMultiplier[i]; nbMultiplierNotImproved=0; }
    else {
        DMultiplier[i]=Multiplier[i]; nbMultiplierNotImproved++;
        if (nbMultiplierNotImproved>=100) {
            nbMultiplierNotImproved=0; StepMultiplier=StepMultiplier/10; } } }

LS=FindsGaussianCurvesLS(DMeans,DSigma,DMultiplier);
} while (LS>=22000); //Détermine un point d'arrêt
for(i=0;i<=4;i++) {
    printf("\n Mean[%i]=%10lf Sigma[%i]=%10lf Multiplier[%i]=%10lf",
           i,Mean[i],i,Sigma[i],i,Multiplier[i]);
} } //Fin de FindsBestGaussiansToFitRealCurve

/**La fonction commence par faire la translation de Mean[1] et Mean[2] des deux
/**courbes gaussiennes qui sont autour de H0=69.2km/(s*MParsec) à
/**H0=72.1km/(s*MParsec) avec un facteur théorique de 1.042516951. Ensuite
/**la fonction qui modifie le tableau global de H0 construit la sommation des
/**4 courbes gaussiennes positives.
void CreatesFinalGaussianCurve(void) {
    int i; //Valeur d'index bidon
    //Translation de Mean[1] et Mean[2] avec un facteur théorique de 1.042516951
    Mean[1]=Mean[1]*1.042516951; Mean[2]=Mean[1];
    //Nous omettons i=0 pour enlever la courbe de la gaussienne négative
    for(i=1;i<=nbH0*2-1;i++) {
        nbCrossings[i]=GaussianCurve(H0[i],Mean[1],Sigma[1],Multiplier[1]);
        nbCrossings[i]=nbCrossings[i]+GaussianCurve(H0[i],Mean[2],Sigma[2],
                                                      Multiplier[2]);
        nbCrossings[i]=nbCrossings[i]+GaussianCurve(H0[i],Mean[3],Sigma[3],
                                                      Multiplier[3]);
        nbCrossings[i]=nbCrossings[i]+GaussianCurve(H0[i],Mean[4],Sigma[4],
                                                      Multiplier[4]); } } //Fin de CreatesFinalGaussianCurve

```

```

//***Retourne le moindre carré de l'équation DA*x^2+DB*x+DC.
double FindsLMS(double DA, double DB, double DC) {
    int i; //Valeur d'index bidon    double LMS = 0; //Moindre carré
    for(i=PosTipIndex-n;i<=PosTipIndex+n;i++){
        LMS=LMS+Sqr(nbCrossings[i]-(DA*H0[i]*H0[i]+DB*H0[i]+DC));
    } return LMS; } //Fin de FindsLMS

//***Retourne les coefficients A, B, et C de l'équation quadratique du sommet
void ApproximatesTipEquation(void) {
    double LMSTipMin; //Se rappelle de la plus petite valeur de moindre carré
    double PLMSTip, NLMSTip; //LMSTip pour le pas avant et arrière
    double DA,DB,DC; //Valeurs bidons des coefficients A, B et C
    double StepA,StepB,StepC; //Pas de la variation des coefficients
    double nbCrossingsMax = 0; //Nombre maximum de croisements au sommet
    double xa,xb,xc,ya,yb,yc; //3 coordonnées   int i; //Valeur d'index bidon
    for(i=0;i<=nbH0*2-1;i++) { //Trouve index du sommet approximé
        if (nbCrossings[i]>nbCrossingsMax) {
            nbCrossingsMax=nbCrossings[i]; PosTipIndex=i; }
        i=PosTipIndex;  xa=H0[i-n];  xb=H0[i];  xc=H0[i+n];
        ya=nbCrossings[i-n];  yb=nbCrossings[i];  yc=nbCrossings[i+n];
        A=((yc-ya)/((xc-xa)*(xc-xb)))-((yb-ya)/((xb-xa)*(xc-xb))); //Définit coefficients ABC
        B=((yb-ya)/(xb-xa))-A*(xb+xa);  C=ya-A*xa*xa-B*xa;  DA=A;DB=B;DC=C;
    } //Fin de ApproximatesTipEquation

//***Fonction qui retourne la meilleure estimation de H0
void BestEstimateOfH0(void) {
    CreateTableOfCrossingH0Ranges(); FindsBestGaussiansToFitRealCurve();
    CreatesFinalGaussianCurve(); ApproximatesTipEquation();
    BEH=-B/(2*A); Accuracy_ppm = (BEH-TVH)/(TVH*1E-6);
    LMSTip=FindsLMS(A,B,C); } //Fin de BesEstimateOfH0

int main(void) {
    BestEstimateOfH0();
    printf("\n\n Equation of the tip: y = %.10lf x^2 + %.10lf x + %.10lf",A,B,C);
    printf("\n Best estimate of H0 = %.10lf km/(s*MParsec)",BEH);
    printf("\n Theoretical H0      = %.10lf km/(s*MParsec)",TVH);
    printf("\n Relative accuracy versus theoretical value = %.10lf ppm ",Accuracy_ppm);
    getchar();  return 0;
} //Fin de main

```