

# Calculs et interprétations des différentes unités de Planck

Claude Mercier ing., 12 octobre 2014  
Rév. 17 octobre 2015

claudemercier@cima.ca

---

*Les unités de Planck font partie d'un système d'unités dites "naturelles". Les noms de ces unités ont été donnés en l'honneur de Max Karl Ernst Planck et en reconnaissance des services rendus à l'avancement de la physique par sa découverte des quanta d'énergie.*

*Ces unités sont habituellement données à partir des constantes de physiques de base, telles que la constante de Planck  $h$ , la vitesse de la lumière dans le vide  $c$ , la constante gravitationnelle universelle  $G$ , la constante de Boltzmann  $k_B$ , et la permittivité du vide  $\epsilon_0$ .*

*Nous verrons qu'en plus d'être un système d'unités utile, les unités de Planck représentent toujours une réalité physique où un paramètre physique est optimisé. Nous verrons aussi qu'il est possible de calculer plus précisément ces unités en utilisant d'autres constantes de physique qui ne sont pas couramment utilisées pour décrire ces unités.*

---

**MOTS CLÉS :** Unités de Planck

## 1. INTRODUCTION

Les unités de Planck peuvent sembler découler d'un exercice de numérologie où l'on met ensemble différentes constantes de physique de base pour obtenir des valeurs qui possèdent les unités voulues. Mais il n'en est rien. Les unités de Planck découlent toutes du fait que notre univers est quantique. Elles peuvent être déduites du principe d'incertitude d'Heisenberg qui dit qu'il n'est pas possible de connaître précisément et en même temps la position d'un objet et sa vitesse. Le simple fait de mesurer la vitesse d'un objet perturbera sa position et vice et versa.

Même si à notre échelle le continuum espace-temps de l'univers semble continu, ses différentes propriétés sont en fait constituées de minuscules « escaliers ». Cette quantification s'applique au temps, aux distances, aux masses, à l'énergie, etc.

Les unités de Planck simplifient plusieurs équations de physique en supprimant des facteurs de conversion. Voici quelques exemples (à gauche, les équations de base et à droite, les équations montrées en unités de Planck) :

L'équation de gravitation universelle de Newton devient :

$$F = \frac{-G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \rightarrow F = \frac{-m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (1)$$

L'équation d'énergie de la relativité d'Einstein devient :

$$E = m \cdot c^2 \rightarrow E = m \quad (2)$$

L'équation de la loi de Coulomb devient :

$$F = \frac{-q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \rightarrow F = \frac{-q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (3)$$

Et ainsi de suite...

Une des caractéristiques des unités de Planck, c'est qu'elles peuvent toutes être définies en fonction d'une ou plusieurs des constantes de physiques suivantes :

- Vitesse de la lumière dans le vide  $c$
- Constante de Planck  $\hbar$
- Constante gravitationnelle  $G$
- Constante de Boltzmann  $k_b$
- Permittivité du vide  $\epsilon_0$
- Perméabilité du vide  $\mu_0$

Le fait que les unités de Planck représentent des limites physiques dictées par le principe d'incertitude d'Heisenberg fait en sorte que toutes les unités de Planck, de base ou secondaires, représentent en fait des limites physiques ou des caractéristiques pour lesquelles certains paramètres sont optimisés.

Les unités de Planck de base sont le temps de Planck  $t_p$ , la longueur de Planck  $l_p$ , la masse de Planck  $m_p$ , la température  $T_p$  et la charge de Planck  $q_p$ . Cependant, plusieurs autres unités secondaires peuvent découler de celles-ci.

Dans ce document, nous nous attarderons à déterminer avec précision les unités de Planck suivantes tout en mentionnant quelle réalité physique elles peuvent représenter :

- Le temps de Planck  $t_p$
- La longueur de Planck  $l_p$
- La masse de Planck  $m_p$
- La température de Planck  $T_p$
- La charge de Planck  $q_p$
- La fréquence angulaire de Planck  $\omega_p$
- La force de Planck  $F_p$
- La pression de Planck  $p_p$
- L'énergie de Planck  $E_p$
- La puissance de Planck  $\rho_p$
- La tension de Planck  $V_p$
- L'impédance de Planck  $Z_p$
- La surface de Planck  $s_p$
- Le volume de Planck  $v_p$

Mentionnons que l'obtention des nouvelles équations proposées dans ce document est rendue possible suite à des travaux que nous avons réalisés précédemment et qui nous ont permis de déterminer la constante gravitationnelle universelle  $G$  plus précisément.

## 2. DÉVELOPPEMENT

### 2.1. Le temps de Planck $t_p$

Le temps de Planck est une unité de temps dite « naturelle », car elle dépend uniquement de constantes connues telles que la constante de gravitation universelle  $G$ , la constante de Planck  $h$  et la vitesse de la lumière  $c$ . Le temps de Planck n'est cependant pas uniquement une unité de mesure du temps. Contrairement aux unités de temps conventionnelles (ex. : secondes), le temps de Planck n'est pas choisi arbitrairement. Il a une signification physique intrinsèque.

Dans ce document, nous voulons montrer, entre autres, d'où provient cette unité et surtout, ce qu'elle signifie réellement. Nous pourrions ensuite utiliser ces calculs pour déterminer d'autres unités de Planck. Pour ce faire, nous commencerons par démontrer la provenance de l'équation du temps de Planck.

Heisenberg énonça pour la première fois, en 1927, le principe d'incertitude qui est maintenant un des fondements de la mécanique quantique. Ce principe dit qu'il n'est pas possible de connaître précisément la vitesse et la position d'un objet simultanément.

Dans un deuxième énoncé, Heisenberg nous apprend que l'incertitude sur la mesure de l'énergie d'un corps est inversement proportionnelle à la durée de la mesure. Une autre manière de formuler cet énoncé est de dire que le produit de l'énergie  $\Delta E$  par le temps  $\Delta t$  doit être :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (4)$$

Selon le CODATA 2010 [1], la valeur de la constante de Planck est donnée par  $h \approx 6,62606957(29) \times 10^{-34}$  Joule.s. La constante de Planck réduite est dénotée  $\hbar = h / 2 \cdot \pi$ .

Pour une masse  $m_0$  au repos, l'énergie est [12,13] :

$$\Delta E = m_0 \cdot c^2 \quad (5)$$

Selon le CODATA 2010 [1], la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide est donnée par  $c \approx 299792458$  m/s.

En considérant seulement le cas où  $\Delta t$  est la plus petite quantité de temps possible, nous rebaptisons  $\Delta t$  par  $t_p$  et nous gardons seulement l'égalité dans (4) .

En isolant ensuite  $t_p$ , nous obtenons :

$$t_p = \frac{\hbar}{2 \cdot m_0 \cdot c^2} \quad (6)$$

Supposons maintenant que nous prenons un photon au repos de masse  $m_0$ , qui est à une position infinie, et supposons que nous confinons ce photon dans une sphère de rayon  $r$ . La variation d'énergie potentielle  $\Delta E_p$  dépensée serait alors :

$$\Delta E_p = -G \cdot m_0^2 \cdot \left( \frac{1}{r_\infty} - \frac{1}{r} \right) \Big|_{r_\infty=\infty} = \frac{G \cdot m_0^2}{r} \quad (7)$$

Ici,  $G$  est la constante de gravitation universelle.

En choisissant  $r$  de telle sorte que la variation d'énergie potentielle  $\Delta E_p$  corresponde à la moitié de  $\Delta E$ , nous obtenons le cas particulier suivant :

$$\frac{m_0 \cdot c^2}{2} = \frac{G \cdot m_0^2}{r} \quad (8)$$

Si nous isolons  $r$ , nous obtenons exactement ce que nous appelons le rayon de Schwarzschild :

$$r = \frac{2 \cdot G \cdot m_0}{c^2} \quad (9)$$

Ce rayon est celui d'un trou noir. Pour ce rayon, la vitesse de la lumière devient nulle. En isolant  $m_0$ , nous obtenons :

$$m_0 = \frac{r \cdot c^2}{2 \cdot G} \quad (10)$$

En utilisant (10) dans (6), nous obtenons :

$$t_p = \frac{\hbar \cdot G}{r \cdot c^4} \quad (11)$$

Mais  $r$  peut être obtenu par la relation :

$$r = c \cdot t_p \quad (12)$$

Selon les équations (11) et (12) le temps de Planck  $t_p$  est défini par :

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar \cdot G}{c^5}} = \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot \pi \cdot c^5}} \quad (13)$$

Cette équation permet ainsi de calculer la plus petite unité de temps mesurable.

Selon le CODATA 2010 [1], la valeur du temps de Planck est donnée par  $t_p \approx 5,39106(32) \times 10^{-44}$  s.

La plus grosse incertitude sur la valeur du temps de Planck  $t_p$  réside dans la valeur

de la constante gravitationnelle  $G$  qui est extrêmement difficile à mesurer. Pour mesurer cette constante, les physiciens utilisent présentement une balance à torsion inventée par Cavendish.

Pour construire une balance à torsion de Cavendish, un petit fil métallique conducteur est suspendu au plafond d'un support métallique éloigné (pour éviter les interactions gravitationnelles). Dans cette balance, tout est fait de métal ou de matériaux conducteurs pour conduire les charges électriques à une mise à la terre. Ce stratagème fait en sorte d'éviter l'accumulation de charges électriques qui pourraient fausser les données en créant un champ électrique. Au bout du fil est suspendue une barre horizontale conductrice. À l'extrémité de celle-ci, sont montées deux masses métalliques identiques. Ces masses sont les plus grosses possible tout en évitant que le fil de suspension ne lâche. Deux autres masses fixes montées sur un support métallique sont insérées à un instant donné. Les masses qui sont suspendues sur le fil métallique se mettent alors en mouvement vers les autres masses qui sont montées sur l'armature. Le mouvement de rotation des masses autour de l'axe de rotation que constitue le fil de suspension s'arrête lorsque la force d'attraction entre les masses est égale à la force de torsion du fil métallique. Cette force de torsion réagit exactement comme un ressort de faible intensité. Connaissant la constante de ce ressort et connaissant l'angle de rotation des masses, nous en déduisons la force d'attraction gravitationnelle entre les masses. Connaissant la valeur des masses, nous en déduisons la valeur de la constante gravitationnelle universelle dans l'équation de Newton.

Bien que les équations de la relativité générale d'Einstein soient plus précises que celle de Newton pour calculer et prédire les trajectoires de masses en mouvement, l'équation de la théorie de Newton sur l'attraction universelle des masses est considérée infiniment précise pour les forces statiques. Même les équations d'Einstein se calibrent à l'aide de l'équation de Newton pour des forces statiques. Au même titre que l'équation de Newton, les équations de la relativité générale d'Einstein utilisent la constante de gravitation universelle  $G$ .

Dans une balance à torsion de Cavendish, pour éviter que les masses ne brisent le fil de suspension sous leur poids, les masses impliquées sont relativement petites. Même les masses extérieures sont forcées d'être limitées par les limites physiques. Bien sûr, les masses sont faites de métaux nobles et stables (pour éviter une variation de masse au cours du temps) possédant une grande masse volumique. En raison des faibles masses impliquées, les forces générées demeurent extrêmement faibles. Elles sont difficiles à mesurer avec précision, même en étant extrêmement précautionneux. Des phénomènes extérieurs peuvent facilement interférer avec la balance. Par exemple, les vibrations internes de la

Terre (secousses sismiques, circulation routière et autres), l'éclairage ambiant (les photons peuvent créer une poussée involontaire), la température ambiante (qui peut changer la constante du fil de torsion), la position de la Terre, de la Lune et du Soleil (qui peuvent créer des forces ou contre-forces supplémentaires), etc. Bref, même avec toute la minutie du monde, il est pratiquement impossible d'être en contrôle de tous les paramètres impliqués.

Depuis quelques années, le bureau des poids et mesures essaie d'étalonner toutes les unités de mesure en se référant à la vitesse de la lumière dans le vide qui est facilement répétable et mesurable avec une grande précision grâce aux lasers. Selon les postulats de la relativité, la vitesse de la lumière est invariante dans le temps. Selon nos travaux, nous savons que ce n'est pas entièrement vrai et que la lumière subit une faible accélération au cours du temps. Cependant, malgré ce phénomène, si nous arrivions à garantir la précision d'une masse quelconque avec la même résolution que celle de la vitesse de la lumière, cela représenterait une percée majeure dans le monde de la métrologie.

Malgré tous ces efforts de standardisation, à l'instar des unités de temps et de distance, la définition de la masse ne peut (pour l'instant) être reliée à la vitesse de la lumière dans le vide. Pour cette raison, la définition de la masse ne s'est pas beaucoup améliorée au cours des années. Nous devons encore utiliser un étalon qui se dégrade d'année en année en perdant de la masse en raison des isotopes radioactifs qui le composent et en raison des manipulations de comparaison et de nettoyage qui sont faites de temps à autre. L'étalon du kilogramme se dégrade et limite la précision des mesures. Il n'est pas facilement comparable et la répétabilité des étalons secondaires laisse grandement à désirer.

Dans de précédents travaux [11], nous avons trouvé une équation qui donne la valeur de la constante gravitationnelle universelle  $G$  en fonction de constantes de physique possédant une précision similaire à celle de la vitesse de la lumière dans le vide.

$$G = \frac{c^2 \cdot r_e \cdot \alpha^{20}}{m_e \cdot \beta} \approx 6,67323043(30) \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2) \quad (14)$$

Selon le CODATA 2010 [1] :

- Constante de gravitation universelle  $G \approx 6,67384(80) \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$
- Vitesse de la lumière dans le vide donnée par  $c \approx 299792458 \text{ m/s}$
- Rayon classique de l'électron  $r_e \approx 2,8179403267(27) \times 10^{-15} \text{ m}$
- Masse de l'électron  $m_e \approx 9,10938291(40) \times 10^{-31} \text{ m}$
- Constante de structure fine  $\alpha \approx 7,2973525698(24) \times 10^{-3}$

La valeur de  $\beta$  est un nombre irrationnel. Elle exprime le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse de la lumière dans le vide  $c$  [10] :

$$\beta = 3 - \sqrt{5} \approx 0,76 \quad (15)$$

Pour obtenir une meilleure précision, essayons d'exprimer l'équation (13) sans l'aide de la constante gravitationnelle  $G$  et sans la constante de Planck  $h$ .

Le rayon de Compton  $r_c$  peut être calculé à partir de l'égalité suivante entre l'énergie contenue dans la masse au repos de l'électron et l'onde qui lui est associée :

$$m_e \cdot c^2 = \frac{h \cdot c}{2\pi \cdot r_c} \quad (16)$$

Le rayon de Compton peut être décrit en fonction du rayon classique de l'électron  $r_e$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  :

$$r_e = \alpha \cdot r_c \quad (17)$$

En utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (13), nous obtenons :

$$t_p = \frac{r_e}{c} \sqrt{\frac{\alpha^{19}}{\beta}} \approx 5,390814252) \times 10^{-44} \text{s} \quad (18)$$

Cette équation est 1200 fois plus précise que la valeur du CODATA 2010 [1].

Étant donné que le temps de Planck  $t_p$  découle du principe d'incertitude d'Heisenberg qui utilise la plus petite quantité d'énergie mesurable, le temps de Planck représente alors la plus petite unité de temps mesurable. Le temps s'égraine à coups d'échelons qui s'accumulent. Toutes les variations de temps sont nécessairement un multiple entier du temps de Planck  $t_p$ .

Il est intéressant de noter, sans chercher à le démontrer ici, que le temps de Planck  $t_p$  peut être décrit en fonction de l'âge apparent de l'univers et de la constante de structure fine  $\alpha$  :

$$t_p = T_u \sqrt{\alpha^{57}} = \frac{1}{H_0} \sqrt{\alpha^{57}} \quad (19)$$

Il faut savoir que l'âge apparent de l'univers [2]  $T_u$  est égal à l'inverse de la constante de Hubble  $H_0$  [9].

$$T_u = \frac{1}{H_0} \quad (20)$$

Dans des travaux antérieurs, nous avons montré que la constante de Hubble pouvait être déterminée avec précision à l'aide de l'équation suivante [11,14]:

$$H_0 = \frac{c \cdot \alpha^{19} \cdot \beta^{1/2}}{r_e} \approx 72,09548632(46) \text{ km/(s}\cdot\text{MParsec)} \quad (21)$$

Cette valeur est en partie vérifiée par l'équipe de Xiaofeng Wang [15] qui a mesuré une valeur de  $H_0 \approx 72,1(9) \text{ km/(s}\cdot\text{MParsec)}$ .

## 2.2. La longueur de Planck $l_p$

La longueur de Planck  $l_p$  est définie par :

$$l_p = c \cdot t_p = \sqrt{\frac{\hbar \cdot G}{c^3}} \quad (22)$$

Selon le CODATA 2010 [1], la valeur de la longueur de Planck est donnée par  $l_p \approx 1,616199(97) \times 10^{-35} \text{ m}$ .

Dans l'équation (22), la vitesse de la lumière  $c$  représente une limite supérieure infranchissable selon les postulats de la relativité. Le temps de Planck  $t_p$  est la plus petite unité de temps mesurable. Par conséquent, la longueur de Planck  $l_p$  représente la plus petite unité de longueur qu'un photon peut franchir tout en étant mesurable. Un photon qui voyage dans l'espace avancera par incrément de distance égal à la longueur de Planck. Tous les parcours dans l'espace sont en fait un multiple entier de la longueur de Planck  $l_p$ .

Pour obtenir une meilleure précision dans l'évaluation de la longueur de Planck  $l_p$ , essayons d'exprimer l'équation (22) sans l'aide de la constante gravitationnelle  $G$  et sans la constante de Planck  $h$ .

En utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (22), nous obtenons :

$$l_p = r_e \cdot \sqrt{\frac{\alpha^{19}}{\beta}} \approx 1,61612543(53) \times 10^{-35} \text{ m} \quad (23)$$

Cette équation est 18000 fois plus précise que la valeur du CODATA 2010 [1].

Il est intéressant de noter, sans chercher à le démontrer ici, que la longueur de Planck  $l_p$  peut être décrite en fonction du rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  :



$$l_p = R_u \sqrt{\alpha^{57}} = \frac{c}{H_0} \sqrt{\alpha^{57}} \quad (24)$$

### 2.3. La masse de Planck $m_p$

La masse de Planck  $m_p$  est la masse que possède une particule lorsqu'elle atteint son niveau d'énergie le plus élevé. Cette propriété découle de la dualité onde-particule de la matière.

Du point de vue corpusculaire, l'énergie d'une particule de masse  $m_p$  peut être donnée par l'équation de la relativité d'Einstein :

$$E = m_p \cdot c^2 \quad (25)$$

Du point de vue ondulatoire, l'énergie d'une onde de longueur d'onde  $2\pi \cdot l_p$  est donnée par l'équation suivante :

$$E = \frac{h \cdot c}{2\pi \cdot l_p} \quad (26)$$

En faisant l'égalité des deux dernières équations, nous obtenons :

$$m_p \cdot c^2 = \frac{h \cdot c}{2\pi \cdot l_p} \quad (27)$$

Si nous remplaçons  $l_p$  par l'équation (22) et que nous isolons  $m_p$ , nous obtenons l'équation qui est décrite dans le CODATA 2010 [1] pour la masse de Planck  $m_p$  qui est définie par :

$$m_p = \sqrt{\frac{h \cdot c}{2\pi \cdot G}} = \sqrt{\frac{\hbar \cdot c}{G}} \approx 2,17651(13) \times 10^{-8} \text{ kg} \quad (28)$$

Étant donné que cette équation est obtenue à partir de la plus petite longueur d'onde possible (voir l'équation (26)), nous en concluons que cette équation représente le niveau d'énergie le plus élevé possible pour une particule. Par conséquent,  $m_p$  qui découle de l'égalité de cette équation avec l'équation (25) représente nécessairement la plus grande masse possible pour une particule.

Il est intéressant de noter que la masse de Planck  $m_p$  correspond aussi à la moyenne géométrique entre la masse la plus grande qui soit (celle de la masse apparente de l'univers  $m_u$ ) et la masse la plus petite qui soit (celle de la masse  $m_{ph}$  qui est associée au photon qui a la plus grande longueur d'onde et qui a le diamètre apparent de l'univers  $2\pi R_u$ ).

La masse apparente de l'univers  $m_u$  est donnée par [3,4]:

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \quad (29)$$

La masse  $m_{ph}$  du photon de longueur d'onde  $2\pi R_u$  est donnée par l'équation suivante :

$$m_{ph} = \frac{h}{2\pi \cdot R_u \cdot c} \quad (30)$$

Le rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$  (qui peut porter une variété de noms dans différents documents) est donné par l'équation suivante [5,6,7,8] :

$$R_u = \frac{c}{H_0} \quad (31)$$

En utilisant les équations (28) à (31), il est possible de montrer que la moyenne géométrique entre la masse apparente de l'univers  $m_u$  et la masse associée au photon le plus léger  $m_{ph}$  donne exactement la masse de Planck  $m_p$  :

$$m_p = \sqrt{m_u \cdot m_{ph}} \quad (32)$$

Il est possible de définir la masse de Planck  $m_p$  plus précisément que l'équation (28) en utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (22) :

$$m_p = m_e \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\alpha^{21}}} \approx 2,17660867(10) \times 10^{-8} \text{ kg} \quad (33)$$

Cette valeur est 1300 fois plus précise que celle présentée dans le CODATA 2010 [1].

#### 2.4. La température de Planck $T_p$

La masse de Planck  $m_p$  correspond au niveau d'énergie le plus haut qu'il est possible de rencontrer pour une particule. Par conséquent, lorsque l'énergie d'une telle particule est convertie en pure énergie, la température enregistrée est alors la plus élevée qu'il est possible d'obtenir dans l'univers.

L'énergie  $E$  contenue dans une particule possédant la masse de Planck  $m_p$  est donnée par l'équation de conversion masse-énergie d'Einstein :

$$E = m_p \cdot c^2 \quad (34)$$

**Calculs et interprétations des différentes unités de Planck**

11

De même, l'énergie  $E$  contenue dans une particule dont la température est  $T_p$  est donnée par :

$$E = k_b \cdot T_p \quad (35)$$

En faisant l'égalité et en isolant  $T_p$ , nous obtenons la température de Planck  $T_p$  qui peut être redéfinie comme suit en utilisant l'équation (28) :

$$T_p = \frac{m_p \cdot c^2}{k_b} = \sqrt{\frac{\hbar \cdot c^5}{G \cdot k_b^2}} \approx 1,416833(85) \times 10^{32} \text{ °K} \quad (36)$$

Il est possible de définir la température de Planck plus précisément en utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (36). Nous obtenons alors :

$$T_p = \frac{m_e \cdot c^2}{k_b} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\alpha^{21}}} \approx 1,4168978(13) \times 10^{32} \text{ °K} \quad (37)$$

Cette valeur est 65 fois plus précise que celle présentée dans le CODATA 2010 [1].

**2.5. La charge de Planck  $q_p$** 

Commençons par montrer d'où vient l'équation de la charge de Planck pour montrer qu'elle correspond à la charge la plus élevée qu'une particule puisse avoir.

Encore une fois, l'énergie  $E$  contenue dans une particule possédant la masse de Planck  $m_p$  est donnée par l'équation de conversion masse-énergie d'Einstein :

$$E = m_p \cdot c^2 \quad (38)$$

Nous pouvons considérer que l'entièreté de l'énergie cinétique contenue dans la masse de la particule provient de l'énergie électrostatique  $E$  contenue dans une particule ponctuelle qui possède un rayon de la longueur de Planck  $l_p$  et une charge  $q_p$ . Cette énergie est donnée par l'équation suivante :

$$E = \frac{q_p^2}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot l_p} \quad (39)$$

En faisant éгалer les équations (38) et (39) et en isolant la charge de Planck  $q_p$ , nous obtenons :

$$q_p = \sqrt{4\pi \cdot m_p \cdot l_p \cdot \varepsilon_0 \cdot c^2} \quad (40)$$

La vitesse de la lumière est définie en fonction de la perméabilité du vide  $\mu_0$  et de la permittivité du vide  $\varepsilon_0$  comme suit :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \quad (41)$$

Il est donc possible de réécrire l'équation (40) à l'aide de l'équation (41) :

$$q_p = \sqrt{\frac{4\pi \cdot m_p \cdot l_p}{\mu_0}} \quad (42)$$

En utilisant les équations (22) et (28) dans l'équation (42), nous obtenons la charge de Planck  $q_p$  en fonction de la constante de Planck  $h$  :

$$q_p = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{\mu_0 \cdot c}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot \hbar}{\mu_0 \cdot c}} \quad (43)$$

Notons qu'en raison du fait que la charge de Planck est décrite ici en utilisant la masse de Planck  $m_p$  et la longueur de Planck  $l_p$  qui correspondent à des extrêmes, nous concluons que la charge de Planck  $q_p$  correspond à la charge maximale qui puisse être possible de mesurer pour une particule.

Si maintenant, nous utilisons l'équation (41) dans l'équation (43), nous obtenons :

$$q_p = \sqrt{2c \cdot h \cdot \varepsilon_0} \approx 1,875546(41) \times 10^{-18} \text{ Coulomb} \quad (44)$$

Il est intéressant de constater, sans chercher à le démontrer ici, qu'il est aussi possible de décrire la charge de Planck en fonction de la masse apparente de l'univers  $m_u$  et de son rayon de courbure apparent  $R_u$  :

$$q_p = \sqrt{\frac{4\pi \cdot m_u \cdot R_u \cdot \alpha^{57}}{\mu_0}} \quad (45)$$

La charge de l'électron  $q_e$  peut être définie en fonction de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$  et de la perméabilité du vide  $\mu_0$  :

$$q_e = \sqrt{\frac{4\pi \cdot m_e \cdot r_e}{\mu_0}} \quad (46)$$

Il est possible de définir la charge de Planck tout aussi précisément qu'en (44) en la définissant à partir de la charge de l'électron  $q_e$ , de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la constante de structure fine  $\alpha$  et de la perméabilité du vide  $\mu_0$  en utilisant les équations (14), (15), (16) et (46) dans l'équation (42). Nous obtenons alors :

$$q_p = q_e \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot m_e \cdot r_e}{\mu_0 \cdot \alpha}} \approx 1,875546(41) \times 10^{-18} \text{ Coulomb} \quad (47)$$

## 2.6. La fréquence angulaire de Planck $\omega_p$

La fréquence angulaire de Planck  $\omega_p$  est définie par :

$$\omega_p = \frac{1}{t_p} = \sqrt{\frac{c^5}{\hbar \cdot G}} \approx 1,85492(11) \times 10^{43} \text{ rad/s} \quad (48)$$

Étant donné que la fréquence angulaire de Planck  $\omega_p$  est l'inverse du temps de Planck  $t_p$  qui est la plus petite unité de temps possible,  $\omega_p$  représente alors la fréquence angulaire maximale qu'une particule puisse avoir lorsqu'elle atteint son niveau d'énergie le plus élevé, c'est-à-dire lorsqu'une particule de rayon égale à la longueur de Planck  $l_p$  tourne au point que la vitesse de la périphérie de la particule atteigne la vitesse de la lumière  $c$ .

Il est intéressant de noter, sans chercher à le démontrer ici, que la fréquence angulaire de Planck  $\omega_p$  peut être décrite en fonction de l'âge apparent de l'univers  $T_u$  et de la constante de structure fine  $\alpha$ .

$$\omega_p = \frac{1}{T_u} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha^{57}}} = H_0 \sqrt{\frac{1}{\alpha^{57}}} \quad (49)$$

Il est possible de définir la fréquence angulaire de Planck plus précisément en la définissant à partir de la vitesse de la lumière dans le vide, du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la constante de structure fine  $\alpha$  et du facteur  $\beta$  en utilisant les équations (14), (15) et (16) :

$$\omega_p = \frac{c}{r_e} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\alpha^{19}}} \approx 1,8550073(61) \times 10^{43} \text{ rad/s} \quad (50)$$

### 2.7. La force de Planck $F_p$

La force de Planck  $F_p$  est définie par :

$$F_p = \frac{m_p \cdot l_p}{t_p^2} = \frac{c^4}{G} \approx 1,21034(15) \times 10^{44} \text{ N} \quad (51)$$

En raison du fait que nous utilisons la masse de Planck  $m_p$  et le temps de Planck  $t_p$  pour décrire cette force, la force de Planck  $F_p$  correspond à la force la plus élevée que l'on puisse appliquer sur un objet.

Cette évaluation de la force de Planck n'est pas très précise en raison du fait qu'elle utilise la constante gravitationnelle telle que définie dans le CODATA 2010 [1].

Il est intéressant de constater, sans chercher à le démontrer ici, que la force de Planck  $F_p$  est aussi égale à la force requise pour accélérer la masse apparente de l'univers  $m_u$  sur une distance égale au rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$  durant une période de temps égale à l'âge apparent de l'univers  $T_u$ . En utilisant l'équation de Newton  $F = m \cdot a$  (où  $m$  est la masse de l'objet en kg et  $a$  son accélération en  $\text{m/s}^2$ ), nous obtenons :

$$F_p = m_u \cdot \frac{R_u}{T_u^2} = m_u \cdot R_u \cdot H_0^2 = m_u \cdot c \cdot H_0 = \frac{m_u \cdot c^2}{R_u} \quad (52)$$

Étant donné que la masse apparente de l'univers  $m_u$ , que le rayon apparent de l'univers  $R_u$  et que l'âge apparent de l'univers  $T_u$  sont sans conteste les plus grandes valeurs qui soient pour ces unités de mesure, nous en concluons encore une fois que la force de Planck  $F_p$  est la force la plus grande que l'on puisse appliquer sur un objet.

Rappelons que l'âge apparent de l'univers  $T_u$  est donné par l'inverse de la constante de Hubble  $H_0$  :

$$T_u = \frac{1}{H_0} \approx 72,09548632(46) \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{MParsec}) \approx 4,27998719(27) \times 10^{17} \text{ s} \quad (53)$$

Il est possible de définir la force de Planck  $F_p$  plus précisément en la définissant à partir de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la constante de structure fine  $\alpha$  et du rapport  $\beta$  en utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (51) :

$$F_p = \frac{m_e \cdot c^2 \cdot \beta}{r_e \cdot \alpha^{20}} \approx 1,210449555(53) \times 10^{44} \text{ N} \quad (54)$$

### 2.8. La pression de Planck $p_p$

La pression de Planck  $p_p$  est définie par :

$$p_p = \frac{F_p}{l_p^2} = \frac{c^7}{\hbar \cdot G^2} \approx 4,6344(11) \times 10^{113} \text{ N/m}^2 \quad (55)$$

Étant donné qu'elle découle de la plus grande force appliquée sur la plus petite surface, cette pression est la plus grande pression qu'il est possible d'exercer sur une particule.

Il est intéressant de constater, sans chercher à le démontrer ici, que la pression de Planck  $p_p$  est aussi égale à la pression qu'exercerait la masse de tout l'univers si elle était accélérée sur une distance égale au rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$  durant une période de temps égale à l'âge apparent de l'univers  $T_u$  et que cette force équivalente était appliquée sur une surface carrée ayant comme côtés la longueur de Planck  $l_p$ .

$$p_p = \frac{m_u \cdot R_u}{T_u^2 \cdot l_p^2} = \frac{m_u \cdot R_u \cdot H_0^2}{L_p^2} = \frac{m_u \cdot c \cdot H_0}{L_p^2} = \frac{m_u \cdot c^2}{R_u \cdot L_p^2} \quad (56)$$

Il est possible de définir la pression de Planck  $p_p$  plus précisément en la définissant à partir de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la constante de structure fine  $\alpha$  et  $\beta$  en utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (55) :

$$p_p = \frac{m_e \cdot c^2 \cdot \beta^2}{r_e^3 \cdot \alpha^{39}} \approx 4,63443253(21) \times 10^{113} \text{ N/m}^2 \quad (57)$$

### 2.9. L'énergie de Planck $E_p$

L'énergie de Planck  $E_p$  est définie par :

$$E_p = F_p \cdot l_p = m_p \cdot c^2 = \sqrt{\frac{\hbar \cdot c^5}{G}} \approx 1,95615(12) \times 10^9 \text{ J} \quad (58)$$

Cette énergie correspond au niveau maximal d'énergie que peut posséder une particule. En effet, la masse ultime pour une particule est la masse de Planck  $m_p$  et la vitesse de la lumière dans le vide  $c$  représente la vitesse limite supérieure.

Il est intéressant de constater, sans chercher à le démontrer ici, que l'énergie de Planck  $E_p$  est aussi égale à l'énergie que dissiperait la masse  $m_u$  de tout l'univers si elle était convertie en pure énergie par l'équation de la relativité restreinte d'Einstein multiplié par le rapport entre la longueur de Planck  $l_p$  et le rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$ .

$$E_p = m_u \cdot c^2 \cdot \frac{l_p}{R_u} \quad (59)$$

Il est possible de définir l'énergie de Planck  $E_p$  plus précisément en la définissant à partir de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la constante de structure fine  $\alpha$  et du facteur  $\beta$  en utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (58) :

$$E_p = m_e \cdot c^2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\alpha^{21}}} \approx 1,9562383(86) \times 10^9 \text{ J} \quad (60)$$

## 2.10. La puissance de Planck $P_p$

La puissance de Planck  $P_p$  est définie par :

$$P_p = \frac{E_p}{t_p} = \frac{c^5}{G} \approx 3,62850(43) \times 10^{52} \text{ W} \quad (61)$$

Étant donné que la puissance de Planck est décrite en fonction de l'énergie de Planck qui représente un niveau maximum d'énergie pour une particule et en fonction du temps de Planck qui est la plus petite unité de temps, la puissance de Planck représente la plus grande puissance qu'il est possible de délivrer.

Il est intéressant de noter, sans le démontrer ici, que la puissance de Planck peut être obtenue en fonction de la masse apparente de l'univers  $m_u$  et en fonction de l'âge apparent de l'univers  $T_u$  (donc en fonction de l'inverse de la constante de Hubble  $H_0$ ) :



$$P_p = \frac{m_u \cdot c^2}{T_u} = m_u \cdot c^2 \cdot H_0 \quad (62)$$

Il est possible de définir la puissance de Planck  $P_p$  plus précisément en la définissant à partir de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la constante de structure fine  $\alpha$  et du facteur  $\beta$  en utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (61).

$$P_p = \frac{m_e \cdot c^3 \cdot \beta}{r_e \cdot \alpha^{20}} \approx 3,62883647(16) \times 10^{52} \text{ W} \quad (63)$$

### 2.11. La densité de Planck $\rho_p$

La densité de Planck  $\rho_p$  est définie par :

$$\rho_p = \frac{m_p}{l_p^3} = \frac{c^5}{h \cdot G^2} \approx 5,1556(12) \times 10^{96} \text{ kg/m}^3 \quad (64)$$

Étant donné que la densité de Planck  $\rho_p$  est définie en fonction de la masse de Planck  $m_p$  qui est la plus grande masse qui soit pour une particule et que cette densité est obtenue pour un cube ayant comme arêtes la longueur de Planck  $l_p$ , nous en concluons que la densité de Planck  $\rho_p$  correspond à la plus grande densité possible dans l'univers.

Il est intéressant de noter, sans le démontrer ici, que la densité de Planck peut être obtenue en fonction de la masse apparente de l'univers  $m_u$  et en fonction du rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$  :

$$\rho_p = \frac{m_u}{R_u \cdot \alpha^{57}} = \frac{c^2}{G \cdot R_u^2 \cdot \alpha^{57}} \quad (65)$$

Il est possible de définir la densité de Planck  $\rho_p$  plus précisément en la définissant à partir de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la constante de structure fine  $\alpha$  et du facteur  $\beta$  en utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (64).

$$\rho_p = \frac{m_e \cdot \beta^2}{r_e^3 \cdot \alpha^{39}} \approx 5,1565016(24) \times 10^{96} \text{ kg/m}^3 \quad (66)$$

### 2.12. Le courant de Planck $I_p$

Le courant de Planck  $I_p$  est défini par :

$$I_p = \frac{q_p}{t_p} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot c^6 \cdot \varepsilon_0}{G}} \approx 3,47899(21) \times 10^{25} \text{ A} \quad (67)$$

Il est intéressant de constater, sans chercher à le démontrer ici, qu'il est aussi possible de décrire le courant de Planck  $I_p$  en fonction de la masse apparente de l'univers  $m_u$ , de son rayon de courbure apparent  $R_u$  et de l'âge apparent de l'univers  $T_u$  (qui correspond à l'inverse de la constante de Hubble  $H_0$ ) :

$$I_p = \frac{1}{T_u} \cdot \sqrt{\frac{4\pi \cdot m_u \cdot R_u \cdot \alpha^{57}}{\mu_0}} = H_0 \cdot \sqrt{\frac{4\pi \cdot m_u \cdot R_u \cdot \alpha^{57}}{\mu_0}} \quad (68)$$

Encore une fois, sans chercher à le démontrer ici, le courant de Planck  $I_p$  peut aussi être décrit en fonction de la charge de l'électron  $q_e$ , de l'âge apparent de l'univers  $T_u$  (donc de l'inverse de la constante de Hubble  $H_0$ ) et de la constante de structure fine  $\alpha$  :

$$I_p = \frac{q_e}{T_u \cdot \alpha^{29}} = \frac{q_e \cdot H_0}{\alpha^{29}} \quad (69)$$

Il est possible de définir le courant de Planck  $I_p$  plus précisément qu'en (67) en le définissant à partir de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la perméabilité du vide  $\mu_0$ , de rapport  $\beta$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  en utilisant les équations (14), (15) et (16). Nous obtenons alors :

$$I_p = \frac{c}{\alpha^{10}} \cdot \sqrt{\frac{4\pi \cdot m_e \cdot \beta}{\mu_0 \cdot r_e}} \approx 3,479151553(77) \times 10^{25} \text{ A} \quad (70)$$

Il est aussi possible de définir le courant de Planck  $I_p$  en fonction de la charge de l'électron  $q_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$  et de la constante de structure fine  $\alpha$ . Nous obtenons alors :

$$I_p = \frac{q_e \cdot c \cdot \beta^{1/2}}{r_e \cdot \alpha^{10}} \approx 3,479151553(77) \times 10^{25} \text{ A} \quad (71)$$

### 2.13. La tension de Planck $V_p$

La tension de Planck  $V_p$  est définie (en utilisant les constantes du CODATA 2010) par :

$$V_p = \frac{E_p}{q_p} = \sqrt{\frac{c^4}{4\pi \cdot G \cdot \varepsilon_0}} \approx 1,042976(63) \times 10^{27} \text{ V} \quad (72)$$

Il est intéressant de constater, sans chercher à le démontrer ici, qu'il est aussi possible de décrire la tension de Planck  $V_p$  en fonction de la masse apparente de l'univers  $m_u$ , de son rayon de courbure apparent  $R_u$  et de l'âge apparent de l'univers  $T_u$  (qui correspond à l'inverse de la constante de Hubble  $H_0$ ) :

$$V_p = \sqrt{\frac{m_u \cdot R_u \cdot H_0^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{m_u \cdot c \cdot H_0}{4\pi \cdot \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{m_u \cdot c^3 \cdot H_0 \cdot \mu_0}{4\pi}} \quad (73)$$

Encore une fois, sans chercher à le démontrer ici, la tension de Planck  $V_p$  peut aussi être décrite en fonction de la masse apparente de l'univers  $m_u$ , de la charge de l'électron  $q_e$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  :

$$V_p = \frac{m_u \cdot c^2 \cdot \alpha^{59}}{q_e} \quad (74)$$

Il est possible de définir la tension de Planck  $V_p$ , plus précisément qu'en (72), en la définissant à partir de la masse de l'électron  $m_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  en utilisant les équations (14), (15) et (16). Nous obtenons alors :

$$V_p = \frac{c}{\alpha^{10}} \cdot \sqrt{\frac{m_e \cdot \beta}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_e}} \approx 1,043023397(23) \times 10^{27} \text{ V} \quad (75)$$

Il est aussi possible de définir la tension de Planck  $V_p$  en la définissant à partir de la charge de l'électron  $q_e$ , du rayon classique de l'électron  $r_e$ , de la permittivité du vide  $\varepsilon_0$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  en utilisant les équations (14), (15) et (16). Nous obtenons alors :

$$V_p = \frac{q_e \cdot \beta^{1/2}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_e \cdot \alpha^{10}} \approx 1,043023397(23) \times 10^{27} \text{ V} \quad (76)$$

### 2.14. L'impédance de Planck $Z_p$

L'impédance de Planck  $Z_p$  est définie par :

$$Z_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c} = \frac{Z_0}{4\pi} \approx 29,986 \Omega \quad (77)$$

Curieusement, cette impédance correspond aussi à l'impédance des câbles de transmission pour laquelle il est possible de passer un maximum de puissance. Par contre, ce n'est pas l'impédance pour laquelle les pertes sont les moindres (qui se situent autour de  $77 \Omega$  (d'où le standard des câbles coaxiaux de  $75 \Omega$  pour la télévision). L'impédance de  $50 \Omega$  des câbles de télécommunication représente un bon compromis entre un maximum de puissance pouvant être passé et un minimum de perte. En effet, la moyenne arithmétique entre l'impédance de Planck et l'impédance donnant le minimum de perte donne environ  $53,5 \Omega$  et la moyenne géométrique donne environ  $48 \Omega$ . L'impédance standardisée de  $50 \Omega$  représente donc un bon compromis.

Comme l'impédance de Planck ne dépend pas de la constante gravitationnelle et qu'elle dépend seulement de  $\varepsilon_0$  et de  $c$ , elle est considérée exacte. Elle ne peut donc pas être définie plus précisément que dans l'équation (77).

### 2.15. La surface de Planck $s_p$

La surface de Planck  $s_p$  est définie par :

$$s_p = l_p^2 = c^2 \cdot t_p^2 = \frac{\hbar \cdot G}{c^3} \approx 2,61186(31) \times 10^{-70} \text{ m}^2 \quad (78)$$

Selon le CODATA 2010 [1], la valeur de la longueur de Planck est donnée par  $l_p \approx 1,616199(97) \times 10^{-35}$  m.

Dans l'équation (78), la longueur de Planck  $l_p$  représente la plus petite unité de longueur qu'un photon peut franchir tout en étant mesurable. Par conséquent, la surface de Planck représente la plus petite unité de surface mesurable.

Il est intéressant de noter, sans chercher à le démontrer ici, que la surface de Planck  $s_p$  peut être décrite en fonction du rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  :

$$s_p = R_u^2 \cdot \alpha^{57} = \frac{c^2}{H_0^2} \cdot \alpha^{57} \quad (79)$$

Pour obtenir une meilleure précision dans l'évaluation de la surface de Planck  $s_p$ , essayons d'exprimer l'équation (78) sans l'aide de la constante gravitationnelle  $G$

et sans la constante de Planck  $h$ .

En utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (78), nous obtenons :

$$s_p = \frac{r_e^2 \cdot \alpha^{19}}{\beta} \approx 2,611861426(17) \times 10^{-70} \text{ m}^2 \quad (80)$$

### 2.16. Le volume de Planck $v_p$

Le volume de Planck  $v_p$  est défini par :

$$v_p = l_p^3 = c^3 \cdot t_p^3 = \left( \frac{\hbar \cdot G}{c^3} \right)^{3/2} \approx 4,22110(76) \times 10^{-105} \text{ m}^3 \quad (81)$$

Selon le CODATA 2010 [1], la valeur de la longueur de Planck est donnée par  $l_p \approx 1,616199(97) \times 10^{-35} \text{ m}$ .

Dans l'équation (81), la longueur de Planck  $l_p$  représente la plus petite unité de longueur qu'un photon peut franchir tout en étant mesurable. Par conséquent, le volume de Planck représente la plus petite unité de volume mesurable.

Il est intéressant de noter, sans chercher à le démontrer ici, que le volume de Planck  $v_p$  peut être décrit en fonction du rayon de courbure apparent de l'univers  $R_u$  et de la constante de structure fine  $\alpha$  :

$$v_p = \left( R_u^2 \cdot \alpha^{57} \right)^{3/2} = \left( \frac{c^2}{H_0^2} \cdot \alpha^{57} \right)^{3/2} \quad (82)$$

Pour obtenir une meilleure précision dans l'évaluation du volume de Planck  $v_p$ , essayons d'exprimer l'équation (81) sans l'aide de la constante gravitationnelle  $G$  et sans la constante de Planck  $h$ .

En utilisant les équations (14), (15) et (16) dans l'équation (81), nous obtenons :

$$v_p = \left( \frac{r_e^2 \cdot \alpha^{19}}{\beta} \right)^{3/2} \approx 4,221095685(41) \times 10^{-105} \text{ m}^3 \quad (83)$$

### 3. CONCLUSION

Les unités de Planck que nous avons énumérées correspondent toutes à une limite physique ou à un paramètre qui est optimisé.

Nous avons énuméré plusieurs équations montrant un lien étroit entre les unités de Planck et les différents paramètres de notre univers dont la constante  $\beta$  qui provient directement de notre modèle de l'univers [10]. Sans cette constante, nous ne pourrions probablement pas trouver d'équations plus précises que celles existantes pour les unités de Planck.

Grâce à nos travaux sur la constante gravitationnelle universelle  $G$ , il est possible d'améliorer la valeur de certaines unités de Planck en les redéfinissant en fonction des caractéristiques de l'électron et de la constante de structure fine  $\alpha$ .

### 4. RÉFÉRENCES

- [1] "Latest (2010) Values of the Constants", NIST Standard Reference Database 121, dernière mise à jour : avril 2012, article Internet à : <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>
- [2] Mercier, Claude, "Calcul de l'âge de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 9 avril 2012, article disponible sur Internet à : [www.pragtec.com/physique/](http://www.pragtec.com/physique/)
- [3] Carvalho, Joel C., "Derivation of the Mass of the Observable Universe", *International Journal of Theoretical Physics*, v. 34, no 12, décembre 1995, p. 2507.
- [4] Mercier, Claude, "Calcul de la masse apparente de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 5 mai 2012, article disponible sur Internet à : [www.pragtec.com/physique/](http://www.pragtec.com/physique/)
- [5] Vargas, J. G. et D.G. Torr, "Gravitation and Cosmology: From the Hubble Radius to the Planck Scale", *Springer*, v. 126, 2003, pp. 10.
- [6] Sepulveda, L. Eric, "Can We Already Estimate the Radius of the Universe", *American Astronomical Society*, 1993, p. 796, paragraphe 5.17.
- [7] Silberstein, Ludwik, "The Size of the Universe: Attempt at a Determination of the Curvature Radius of Spacetime", *Science*, v. 72, novembre 1930, p. 479-480.
- [8] Mercier, Claude, "Calcul du rayon de courbure apparent de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 9 juin 2013, article disponible sur Internet à : [www.pragtec.com/physique/](http://www.pragtec.com/physique/)
- [9] Hubble, E. et Humason, M. L., "The Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae", *The Astrophysical Journal*, v. 74, 1931, p.43.
- [10] Mercier, Claude, "La vitesse de la lumière ne serait pas constante", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 8 octobre 2011, article disponible sur Internet à : [www.pragtec.com/physique/](http://www.pragtec.com/physique/)
- [11] Mercier, Claude, "Calcul de la constante gravitationnelle universelle  $G$ ", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 13 mars 2013, article disponible sur Internet à : [www.pragtec.com/physique/](http://www.pragtec.com/physique/)
- [12] Einstein, Albert, "La relativité", *Petite Bibliothèque Payot*, v. 25, Paris, édition originale de 1956 de Gauthier-Villars reprise intégralement par les éditions Payot & Rivages pour l'édition de 2001, p. 109.

- [13] Einstein, Albert, "On the Electrodynamics of Moving Bodies ", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, publications Dover, 1952 (article original de 1905), pp. 35-65.
- [14] Mercier, Claude, "Solution à la mystérieuse équation de Weinberg", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 2 avril 2013, article disponible sur Internet à : [www.pragtec.com/physique/](http://www.pragtec.com/physique/)
- [15] Wang, Xiaofeng et al., "Determination of the Hubble Constant, the Intrinsic Scatter of Luminosities of Type Ia SNe, and Evidence for Non-Standard Dust in Other Galaxies", mars 2011, pp. 1-40, arXiv:astro-ph/0603392v3