Calcul du quantum d'angle

Claude Mercier ing., 1 janvier, 2020 **Email:** claude.mercier@cima.ca

Tout comme il existe un quantum de longueur (la longueur de Planck) et un quantum de temps (le temps de Planck), nous prétendons qu'il existe un quantum d'angle qui est relié à la nature profonde de la constante de structure fine α d'un univers en rotation avec une vitesse tangentielle égale à celle de la lumière.

Dans cet article nous trouvons le quantum d'angle $\varepsilon_\theta \approx 1{,}59\times10^{-122}$ *radians en faisant un lien avec le quantum de vitesse* $\varepsilon_v \approx 2{,}38\times10^{-114}$ m·s^{-1} *découvert par le passé* [1, 2].

MOTS CLÉS : Quantum d'angle, quantum de vitesse

1. INTRODUCTION

En mathématique, nous rencontrons les nombres réels et entiers. Cependant, dans notre univers physique, tout semble quantique. Il est donc logique de penser que les angles sont aussi des multiples d'un quantum d'angle ε_θ.

Dans notre processus pour calculer la valeur du quantum d'angle, nous commencerons par trouver le plus petit angle pouvant exister dans un univers statique qui possède les dimensions apparentes de notre univers [2, 3]. Par la suite, voulant considérer le cas réel de notre univers en rotation [4], nous utiliserons certains résultats de la relativité restreinte concernant les disques en rotation d'Einstein [5] ainsi que le quantum de vitesse ε_v (que nous avons déjà trouvé par le passé [1, 3]) pour déterminer le quantum d'angle ε_θ.

2. Valeurs des paramètres de physique utilisés

Nous utiliserons la forme compacte de notation pour afficher les tolérances (par exemple, 2,736 (17) °K signifiera 2,736 ± 0,017 °K). Les paramètres suivants proviennent du CODATA 2014 [6] :

Vitesse de la lumière dans le vide	$c \approx 299792458$ m·s^{-1}
Constante de Planck	$h \approx 6{,}626070040(81)\times10^{-34}$ J·s
Longueur de Planck	$L_p \approx 1{,}616229(38)\times10^{-35}$ m
Temps de Planck	$t_p \approx 5{,}39116(13)\times10^{-44}$ s
Masse de Planck	$m_p \approx 2{,}176\,470(51)\times10^{-8}$ kg
Constante gravitationnelle universelle	$G \approx 6{,}67408(31)\times10^{-11}$ m^3·kg^{-1}·s^{-2}
Constante de structure fine	$\alpha \approx 7{,}2973525664(17)\,)\times10^{-3}$

3. L'angle le plus petit pouvant exister dans un univers statique

Si l'univers était statique (mais ce n'est pas le cas [4]), l'angle le plus petit que nous serions en mesure de reproduire serait celui que décrirait un arc de cercle de longueur égale à la longueur de Planck L_p [7] à partir d'un rayon apparent R_u décrit à partir du centre de masse de l'univers. R_u représente le rayon apparent de l'univers [2, 3], souvent appelé "rayon de Hubble" [7]. Sa valeur est donnée par l'équation suivante :

$$R_u = \frac{c}{H_0} \approx 1,28 \times 10^{26} \text{ m} \tag{1}$$

La valeur de H_0 représente la constante de Hubble [8] qui est d'environ 72,1 km/(s·MParsec) [3]. Cette valeur est d'ailleurs compatible avec celle de Salvatelli qui obtient $H_0 \approx 72,1^{+3,2}_{-2,3}$ km·s^{-1}·MParsec^{-1} [9].

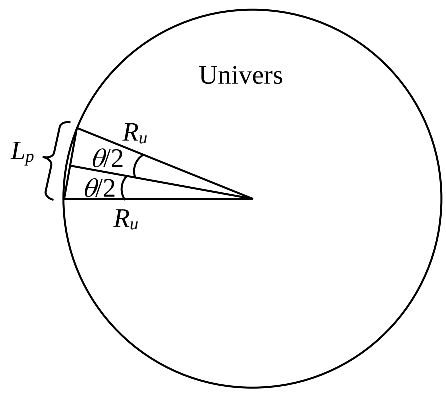

Figure 1) L'arc de cercle se confond avec le segment L_p

Pour un angle θ extrêmement petit, le segment de droite de longueur de Planck L_p se confond avec l'arc de cercle et peut être déterminé par l'équation suivante :

$$2R_u \sin\frac{\theta}{2} = L_p \tag{2}$$

Rappelons que la longueur de Planck L_p est un quantum de longueur qui découle du principe d'incertitude d'Heisenberg [10]. C'est la plus petite unité de longueur possible. Il est donc normal que ce segment de droite se confonde avec l'arc de cercle décrit par l'univers. En fait, au niveau macroscopique, l'univers semble circulaire en apparence. Cependant, une tranche de la "sphère" de l'univers est en fait un polygone possédant tellement de côtés qu'il ressemble à un cercle.

La longueur de Planck L_p est normalement définie en fonction de la constante de Planck h, de la vitesse de la lumière c et de la constante gravitationnelle universelle G comme suit [7] :

$$L_p = \sqrt{\frac{hG}{2\pi c^3}} \approx 1,62 \times 10^{-35}\,\mathrm{m} \tag{3}$$

Pour un angle très petit, le sinus de cet angle est l'angle lui-même, en radiants. L'équation (2) devient alors l'équation (4).

$$R_u \theta = L_p \rightarrow \theta = \frac{L_p}{R_u} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \alpha^{\frac{57}{2}} \approx 1,26 \times 10^{-61} \text{ radians} \tag{4}$$

Prendre note qu'en raison des dimensions impliquées, nous aurions obtenu exactement le même résultat à partir d'un seul triangle rectangle avec un angle θ au lieu de deux triangles avec des angles $\theta/2$ tel que décrit dans la figure 1).

Dans l'équation (4), N représente le nombre maximal de photons de plus faible énergie (de longueur d'onde égale à la circonférence apparente de l'univers $\lambda = 2\pi R_u$) [3]. Ce nombre correspond également à un des grands nombres de Dirac [3, 11]. Par le passé, nous avons trouvé plus d'une centaine d'équations donnant précisément ce grand nombre N [12].

$$N = \frac{1}{\alpha^{57}} \approx 6,30 \times 10^{121} \tag{5}$$

Rappelons ici que nous avions fait l'hypothèse que l'univers était statique. Comme mentionné, ce n'est pas le cas [4]. En fait, il tourne avec une vitesse tangentielle égale à celle de la lumière.

4. Le disque d'Einstein

Einstein a montré qu'un disque qui tourne à une vitesse relativiste voit sa circonférence augmenter car chaque segment de droite qui la constitue se contracte par effet relativiste [5]. Il est alors possible d'augmenter le nombre de segments de droite pour décrire le cercle de rotation. En revanche, l'angle θ se voit aussi contracté de manière relativiste puisque le segment de droite se contracte.

Pour un observateur au repos, un segment de droite de longueur L_0 (au repos) semblera se contracter par effet relativiste à une longueur L' lorsqu'il est accéléré à une vitesse v [5, 13]. Ici, la vitesse de la lumière dans le vide c joue le rôle de vitesse limite inatteignable.

$$L' = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{6}$$

Selon cette équation, si v tend vers c, L' tendra vers zéro. À priori, cela semble avoir un certain bon sens. Cependant, en relativité restreinte, l'équation corollaire à propos de la masse [5, 13] n'a plus de sens à cette vitesse. En effet, pour un observateur au repos, une masse au repos m_0 qui est accélérée à une vitesse v semblera devenir m' par le même effet relativiste.

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{7}$$

Contrairement à l'équation (6) où la longueur L_0 diminue en augmentant la vitesse v, l'équation (7) montre que la masse m_0 augmente lorsque la vitesse v augmente. Le problème est que si v tend vers c, m' tend vers l'infini, ce qui est impossible. En effet, il est absurde de prétendre pouvoir donner plus d'énergie cinétique à une masse quelconque que l'énergie contenue dans la masse totale apparente de l'univers m_u [1, 2]. Qui plus est, nous montrerons qu'il est impossible de donner plus d'énergie à une particule élémentaire que l'énergie contenue dans la masse de Planck m_p [1, 2]. Cette deuxième constatation est d'ailleurs la plus restrictive. Cela pose une limite à la vitesse v.

5. Le quantum de vitesse ε_v

Par le passé, nous avons montré qu'il existait un quantum de vitesse ε_v qui représente la plus petite unité de vitesse pouvant exister [1, 2].

$$\varepsilon_v = \frac{c}{2N} \approx 2{,}34\times10^{-114}\ \text{m/s} \tag{8}$$

En fait, nous avons montré que même les photons ne se déplacent pas à la vitesse limite de la lumière c, mais légèrement en-dessous, à c-ε_v [1, 2]. À toutes fins pratiques, cela semble être la même vitesse étant donné la petitesse de ε_v. Mais si nous accélérions une masse de Planck m_p à la vitesse $v = c-\varepsilon_v$ par rapport à un observateur au repos, nous obtiendrions, grâce à l'équation (7), exactement la masse apparente de l'univers $m_u \approx 1{,}73\times10^{53}$ kg [2, 3, 14]. Cela a beaucoup plus de sens qu'une masse infinie.

La masse apparente de l'univers m_u est donnée en fonction de la vitesse de la lumière c, de la constante de gravitation universelle G et de la constante de

Hubble H_0 par l'équation suivante [2, 3, 14] :

$$m_u = \frac{c^3}{GH_0} \approx 1,74 \times 10^{53} \text{ kg} \tag{9}$$

De même, pour un observateur au repos, une particule possédant une masse au repos $m_0 = m_{ph}$ accélérée à la vitesse $v = c\text{-}\varepsilon_v$ aurait une masse apparente égale à la masse de Planck m_p.

La masse m_{ph} est la masse du photon le moins énergique m_{ph} (qui possède une longueur d'onde λ égale à celle de la circonférence apparente de l'univers $2\pi R_u$) [2, 3]. La valeur de R_u est le rayon apparent de l'univers [2, 3].

$$m_{ph} = \frac{h}{2\pi R_u c} \approx 2,72 \times 10^{-69} \text{ kg} \tag{10}$$

Quant à elle, la masse de Planck m_p représente le plus haut niveau d'énergie pouvant être donné à une particule quelconque. En effet, c'est la masse maximale qui peut être atteinte lorsque la longueur d'onde est la plus petite, c'est-à-dire lorsqu'elle est égale à la circonférence d'une particule de Planck ($\lambda = 2\pi L_p$). En substituant la valeur de L_p par l'équation (3), nous obtenons la définition standard de la masse de Planck m_p :

$$m_p = \frac{h}{2\pi L_p c} = \sqrt{\frac{hc}{2\pi G}} \approx 2,18 \times 10^{-9} \text{ kg} \tag{11}$$

6. Notre univers est en rotation avec une vitesse tangentielle égale à la vitesse de la lumière

Supposons maintenant le cas réel de notre univers. Selon Stephen Hawking, notre univers est en rotation [4].

Pour nous convaincre que c'est la situation réelle qui prévaut, imaginons une baguette de longueur infinie, de rigidité infinie, de masse nulle. Essayons de tenir cette baguette immobile. Même avec toute la bonne volonté du monde, votre main tremblera un peu. À votre proximité, la baguette semblera peut-être immobile, mais le mouvement de tremblement s'amplifiera en s'éloignant de vous et à quelque part sur cette baguette, loin de vous, le déplacement tangentiel de la baguette se fera à la vitesse de la lumière.

En supposant qu'en tant qu'observateur, que vous entamiez un mouvement lent de rotation sur vous-même, le rayon de cercle décrit par votre mouvement sera limité par le fait que la vitesse tangentielle ne peut pas dépasser la vitesse de la lumière *c*. Même si la baguette est infiniment rigide, elle semblera se courber par effets relativistes. Plus vous tournerez vite sur vous-même, plus le rayon de rotation sera petit. Moins vous tournerez vite sur vous-même, plus le rayon de rotation sera grand. Dans les faits, la baguette de longueur infinie se mettra à s'enrouler sur elle-même à la circonférence du cercle de rotation décrit par le rayon obtenu au point où la vitesse tangentielle au cercle de rotation devient égale à la vitesse de la lumière *c*.

Notre univers a le rayon apparent qu'il a parce qu'il tourne à une vitesse telle que ça prend environ 2π fois 13,56 milliards d'année [2] pour faire un tour complet sur lui-même. Qui plus est, sa vitesse de rotation diminue avec le temps, ce qui permet à l'univers de s'étendre, un peu comme une patineuse qui étend les bras en faisant la toupie.

7. L'angle le plus petit pouvant exister dans un univers en rotation

Considérant que l'univers est en rotation avec une vitesse tangentielle relativiste, nous devons en tenir compte dans notre calcul du quantum d'angle ε_θ initié à l'équation (4) à l'aide de θ, pour un univers statique. Tenons également compte que le pourtour de l'univers a une vitesse tangentielle égale à $v = c\text{-}\varepsilon_v$. En combinant les équations (4), (6) et (8) ainsi qu'en remplaçant θ par ε_θ.

$$\varepsilon_\theta = \frac{L_p\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{R_u} = \frac{L_p\sqrt{1-\frac{\left(c-\frac{c}{2N}\right)^2}{c^2}}}{R_u} = \frac{L_p\sqrt{1-\left(1-\frac{1}{N}+\frac{1}{4N^2}\right)}}{R_u} \tag{12}$$

Dans l'équation (12), le terme N^2 est astronomiquement grand. Son inverse peut donc être négligé. Nous pouvons alors approximer la valeur de θ comme suit :

$$\varepsilon_\theta \approx \frac{L_p}{R_u\sqrt{N}} \approx \frac{L_p\alpha^{\frac{57}{2}}}{R_u} \tag{13}$$

De fait, nous savons déjà que :

$$\frac{L_p}{R_u} = \alpha^{\frac{57}{2}} \tag{14}$$

Par conséquent, la valeur du quantum d'angle est :

$$\varepsilon_\theta \approx \alpha^{57} \approx \frac{1}{N} \approx 1{,}59 \times 10^{-122}\,\text{radians} \tag{15}$$

Bien que ce ne soit pas le plus petit angle pouvant exister en mathématique, c'est le plus petit angle pouvant se retrouver dans la nature car il découle de l'angle décrit par un triangle rectangle ayant pour hypoténuse la plus grande dimension pouvant exister dans l'univers (le rayon apparent de l'univers R_u) ainsi que d'un côté du triangle qui a la plus petite dimension qui soit, la longueur de Planck L_p réduite par effets relativistes à la vitesse $v = c\text{-}\varepsilon_v$.

8. Conclusion

Dans cet article, nous avons calculé le plus petit angle qui puisse exister dans notre monde physique et que nous avons baptisé le quantum d'angle ε_θ. Dans un univers quantique, il nous semble raisonnable que même les angles puissent être quantiques.

Il est intéressant de constater que, selon l'équation (15), le quantum d'angle ε_θ est directement égal à l'inverse du grand nombre N qui représente le plus grand nombre possible de photons dans l'univers [3].

Bien que le résultat de l'équation (15) soit en radians, nous savons que ce résultat provient d'un rapport de longueurs ainsi que de la constante de structure fine élevée à une certaine puissance (voir équation (13)). C'est un nombre sans unité de mesure. Les variations temporelles des unités de longueur n'ont donc aucune influence sur ce résultat. Nous pouvons donc considérer que le quantum d'angle ε_θ est réellement une constante.

Cet article et ce résultat nous apprennent quelque chose de plus sur la nature de la constante de structure fine α. Elle pourrait représenter le sinus d'un angle. C'est peut-être une voie à explorer pour trouver une équation pouvant déterminer la valeur exacte de la constante de structure fine à partir d'une équation purement géométrique.

9. Conflits d'intérêt

L'auteur déclare n'avoir aucun conflit d'intérêt en relation avec la publication de cet article.

10. Références

[1] Mercier C (2013) "Calcul du quantum de vitesse et de la vitesse limite des objets", Hypothèses et réflexions sur l'univers, pp. 8, non-publié. http://www.pragtec.com/physique

[2] Mercier C (2019) "Calculation of the Mass of the Universe, the Radius of the Universe, the Age of the Universe and the Quantum of Speed", *Journal of Modern Physics*, v.10, no. 8., pp. 980-1001. https://www.scirp.org/pdf/JMP_2019071816221375.pdf

[3] Mercier C (2019) "Calculation of the Universal Gravitational Constant, of the Hubble Constant, and of the Average CMB Temperature", *Journal of Modern Physics*, v.10, no. 6., pp. 641-662. https://doi.org/10.4236/jmp.2019.106046

[4] Hawking S (1969), "On the Rotation of the Universe", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, V. 142, 1969, pp. 129-141.

[5] Einstein A (1956) "La relativité", Petite Bibliothèque Payot, v. 25, Paris, édition originale de 1956 de Gauthier-Villar reprise intégralement par les éditions Payot & Rivages pour l'édition de 2001, p. 109.

[6] Mohr PJ, Newell DB et Taylor BN (2016) "NIST-CODATA Internationally Recommend-ed 2014 Values of the Fundamental Physical Constants", Journal of Physical and Chemical Reference Data, v. 45, no 4. https://doi.org/10.6028/NIST.SP.961r2015

[7] Zichichi A (2000) "From the Planck Length to the Hubble Radius ", Proceedings of the International School of Subnuclear Physics, v. 36, pp. 708. https://doi.org/10.1142/4318

[8] Hubble E (1929) "A Relation Between Distance and Radial Velocity Among Extra-Galactic Nebulae", *Proc. N.A.S.*, v. 15, pp. 168-1973.

[9] Salvatelli V, Andrea M, Laura L-H et Olga M (2013) "New constraints on Coupled Dark Energy from the Planck Satellite Experiment", Physical Review, D 88.023531, v. 88, no 2, pp. 9. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.023531

[10] Heisenberg W (1927) "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik", Springer-Verlag, vol. 43, no 3-4, pp.172-198. https://doi.org/10.1007/BF01397280

[11] Dirac PAM. (1974) "Cosmological Models and the Large Numbers Hypothesis", Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 338, no 1615, pp. 439-446. https://doi.org/10.1098/rspa.1974.0095

[12] Einstein A (1905) "On the Electrodynamics of Moving Bodies" (Zur Elektrodynamik bewegter Körper), Annalen der Physik, v. 322, no 10, pp. 891-921. https://doi.org/10.1002/andp.19053221004

[13] Mercier C (2016) "Plus d'une centaine de manière d'obtenir le grand nombre *N*", *Hypothèses et réflexions sur l'univers*, pp. 14, non-publié.
http://www.pragtec.com/physique

[14] Carvalho JC (1995) "Derivation of the Mass of the Observable Universe", International Journal of Theoretical Physics, v. 34, no 12, pp. 2507-2509.
https://doi.org/10.1007/BF00670782