

# Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers

Claude Mercier ing., 24 mai, 2019

Email: claudemercier@cima.ca

**TRADUCTION AUTORISÉE DE :** "Calculation of the Universal Gravitational Constant, of the Hubble Constant, and of the Average CMB Temperature", *Journal of Modern Physics*, 24 mai 2019, vol. 10, no. 5, pp. 641-642.  
<https://doi.org/10.4236/jmp.2019.106046>

---

*Dirac a fait l'hypothèse que tous les grands nombres sans dimensions qui pouvaient être construits à partir des unités naturelles importantes de cosmologie et de la théorie atomique étaient liés [1][2]. Bien que Dirac n'ait pas réussi à faire égaliser exactement tous ces nombres, il se doutait qu'il y avait un moyen de tous les unifier.*

*L'hypothèse de Dirac mène à la constante  $N$  qui unifie la plupart des paramètres de physique. Elle représente le nombre maximal de photons qui possèdent une longueur d'onde égale à la circonférence de l'univers. En utilisant un nouveau modèle cosmologique, nous avons trouvé la constante  $\beta$  qui représente le rapport entre la vitesse d'expansion de la matière dans l'univers et la vitesse de la lumière. Avec ces constantes, nous pouvons calculer précisément plusieurs paramètres physiques, incluant la constante gravitationnelle universelle  $G$ , la constante de Hubble  $H_0$ , et la température moyenne du fond diffus de l'univers (CMB de l'anglais *Cosmological Microwave Background*). Nos équations montrent que  $G$ ,  $H_0$  et  $T$  ne sont pas vraiment constants à travers l'espace et le temps.*

$$G \approx 6,673229809(86) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \quad T \approx 2,7367958(16) \text{ }^\circ\text{K}$$

$$H_0 \approx 72,09548580(32) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad N \approx 6,303419702(84) \times 10^{121}$$

---

**MOTS CLÉS :** Constante gravitationnelle universelle, constante de Hubble, les grands nombres de Dirac, fond diffus de l'univers (CMB/CMBR)

## 1. INTRODUCTION

La constante gravitationnelle universelle  $G$ , la constante de Hubble  $H_0$  et la température moyenne  $T$  du fond diffus de l'univers (CMB) souffrent d'incertitudes plus grandes que la plupart des autres constantes parce que, pour le moment, elles ne sont que mesurées. La mesure de  $G$  est imprécise en raison de la

faible intensité des forces gravitationnelles. Même avec la meilleure balance à torsion, les données sont teintées d'erreurs causées par l'influence des autres masses qui circulent à proximité (le soleil, la lune, la terre, etc.). La constante  $H_0$  est mesurée en utilisant les observations des galaxies lointaines et les résultats varient selon les méthodes utilisées. En ce qui a trait à la température moyenne  $T$  du fond diffus de l'univers, il est difficile de faire des mesures précises de sa valeur, spécialement proche du zéro absolu (0 °K).

Le but de cet article est de fournir au système de métrologie moderne de nouvelles équations permettant de déterminer avec précision  $G$ ,  $H_0$ ,  $T$  et  $N$  à partir d'autres constantes bien définies. La valeur de  $N$  représente le nombre maximum de photons existants dans l'univers et ayant la plus faible énergie possible (avec une longueur d'onde égale à la circonférence de l'univers). Ces équations peuvent aider à distinguer différents résultats de mesure et à identifier les meilleures méthodes à utiliser. Plusieurs mesures sont affichées avec des tolérances incroyablement basses, mais ne se chevauchent pas avec d'autres mesures affichant des tolérances similaires.

Nous commencerons par définir les paramètres utilisés dans notre article tout en donnant leur valeur à l'aide de CODATA 2014 [3]. Ensuite, afin de trouver les équations désirées, nous montrerons notre modèle de l'univers qui permettra, entre autres, de trouver la constante  $\beta$ . La valeur de  $\beta$  représente le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse d'expansion de l'univers lumineux (qui est, pour le moment, la vitesse de la lumière dans le vide  $c$ ). Cette constante est cruciale dans les calculs ultérieurs de plusieurs constantes de physique. Une version modifiée de l'hypothèse de Dirac sur les grands nombres sera présentée afin d'établir un lien avec la constante de structure fine. En utilisant ce lien, nous trouverons des équations donnant les valeurs exactes de  $H_0$  et de  $G$  tout en expliquant pourquoi ces paramètres de l'univers ne sont pas constants dans l'espace et dans le temps. Nous aboutirons à une version modifiée de l'équation de Weinberg qui fournira un outil pour "mesurer" la constante de Hubble  $H_0$  en fonction de la constante de gravitation universelle  $G$ . Cet article établit plusieurs liens entre l'infiniment petit et l'infiniment grand.

## 2. DÉVELOPPEMENT

### 2.1. Valeur des paramètres physiques utilisés

De manière générale, nous utiliserons la notation abrégée pour afficher les tolérances. Par exemple, typiquement,  $2,736(17)^\circ\text{K}$  veut dire  $2,736 \pm 0,017^\circ\text{K}$ .

Selon Salvatelli, la constante de Hubble est  $H_0 \approx 72,1^{+3,2}_{-2,3} \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$  [4]. Cette valeur sera utilisée jusqu'à ce nous obtenions une valeurs précise de  $H_0$  à l'aide des équations (44) et (63). Il est à noter que  $1 \text{ MParsec} \approx 3,085677581 \times 10^{22} \text{ m}$ .

La température moyenne du fond diffus de l'univers (CMB) a été mesurée par la sonde Cobra à  $T \approx 2,736(17)^\circ\text{K}$  [5]. Selon Fixsen, elle est de  $2,72548(57)^\circ\text{K}$  [6].

Selon le CODATA 2014 [3], les paramètres de physique utilisés sont :

• Vitesse de la lumière dans le vide	$c \approx 299792458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
• Permittivité du vide	$\epsilon_0 \approx 8,854187817 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
• Perméabilité du vide	$\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-8} \text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$
• Constante de Planck	$h \approx 6,626070040(81) \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
• Longueur de Planck	$L_p \approx 1,616229(38) \times 10^{-35} \text{ m}$
• Temps de Planck	$t_p \approx 5,39116(13) \times 10^{-44} \text{ s}$
• Masse de Planck	$m_p \approx 2,176\,470(51) \times 10^{-8} \text{ kg}$
• Température de Planck	$T_p \approx 1,416808(33) \times 10^{35} \text{ }^\circ\text{K}$
• Constante gravitationnelle universelle	$G \approx 6,67408(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
• Charge de l'électron	$q_e \approx 1,6021766208(98) \times 10^{-19} \text{ C}$
• Masse de l'électron	$m_e \approx 9,10938356(11) \times 10^{-31} \text{ kg}$
• Rayon classique de l'électron	$r_e \approx 2,8179403227(19) \times 10^{-15} \text{ m}$
• Constante de structure fine	$\alpha \approx 7,2973525664(17) \times 10^{-3}$
• Constante de Boltzmann	$k_b \approx 1,38064852(79) \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
• Constante de Stephen-Boltzmann	$\sigma \approx 5,670367(13) \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
• Constante de Rydberg	$R_\infty \approx 10973731.568508(65) \text{ m}^{-1}$

### 2.2. Notre modèle de l'univers

En 1929, Hubble a montré que l'univers est en expansion [7]. En 1931, Lemaître est le premier à avancer l'idée que l'univers ait débuté par un « atome primitif » [8] qui a été par la suite surnommé ironiquement par Hoyle de « Big Bang » dans une émission de la BBC en 1949 [9]. Selon notre modèle, l'univers matériel est imbriqué dans l'univers lumineux, les deux étant sphériques et en

expansion avec une vitesse proportionnelle à leur rayon. Les équations de la relativité montrent qu'une masse quelconque doit obligatoirement se déplacer à une vitesse inférieure à  $c$ , sinon, elle aurait une énergie infinie [10]. Par conséquent, l'expansion de l'univers matériel est donc plus lente que son homologue lumineux qui est en expansion à la vitesse de la lumière (qui est présentement  $c$ ). Avec ce modèle, nous calculerons certains paramètres.

Avec la relativité restreinte, Einstein a montré que le champ gravitationnel généré par une masse  $m$  ralentit la lumière [11]. Erronée d'un facteur 2 par rapport à ce qui se passe dans la réalité, son équation qui découlait de la relativité restreinte est par la suite corrigée par Schwarzschild à l'aide de la relativité générale [12].

Nous voulons montrer que la vitesse de la lumière dans le vide varie dans un champ gravitationnel. À l'appendice A, à l'équation (A.1), Binney et Merrifield citent une équation (du livre de Weinberg de 1972 intitulé « Gravitation and Cosmology ») qui donne le temps propre pour un photon (le même temps que si nous voyagions sur un photon) [13]. Nous considérons cette équation comme étant une excellente approximation (dans un contexte d'un champ gravitationnel faible) déduite à partir de la relativité générale.

$$\tau^2 = (c^2 + 2\Phi)dt^2 - (1 - 2\Phi/c^2)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad \text{where } \Phi = \frac{-Gm}{r} \leq 0 \quad (1)$$

La valeur de  $\Phi$  représente le potentiel gravitationnel newtonien. Dans la situation où le champ gravitationnel est faible,  $|\Phi| \ll c^2$ . Le potentiel gravitationnel  $\Phi$  est mesuré à une distance  $r$  à partir du centre de masse  $m$ . Posons que  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  sont les changements dans les coordonnées spatiales du photon pour un élément de temps  $dt$ . Pour un observateur au repos,  $\tau^{\text{e}} = 0$ . Considérons un point arbitraire A dans l'espace qui a les coordonnées  $(x_1, y_1, z_1)$ . Considérons que le centre de masse pour la masse  $m$  est l'origine O. Nous sommes intéressés à l'effet du champ gravitationnel sur l'indice de réfraction entre les points A et O. Nous voulons calculer la vitesse de la lumière  $v_l(r)$  dans le vide pour une distance  $r = \overline{AO}$  du centre de masse O. Nous avons toujours la possibilité de faire des translations et des rotations de telle manière que notre système de coordonnées soit centré sur une masse ponctuelle  $m$  et que l'axe des  $x$  coïncide avec le segment  $\overline{AO}$ . À ce moment, nous considérons qu'il n'y a plus aucune interaction dans les autres axes. Alors,  $dy = 0$  et  $dz = 0$ . Nous simplifions alors l'équation (1) pour obtenir l'équation (2).

$$(c^2 + 2\Phi)dt^2 - (1 - 2\Phi/c^2)dx^2 = 0 \quad (2)$$

**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers** 5

$$v_L(r) = \frac{dx}{dt} = \frac{c}{n_0} \quad \text{where } n_0 = \sqrt{\frac{(1-2\Phi/c^2)}{(1+2\Phi/c^2)}} \approx 1-2\Phi/c^2 \quad (3)$$

Pour une distance  $r$  du centre de masse  $m$ , la vitesse de la lumière  $c$  est réduite par l'indice de réfraction  $n_0$  causé par le champ gravitationnel de potentiel  $\Phi$ , qui donne une vitesse de la lumière modifiée  $v_L(r)$ . Lorsque le potentiel gravitationnel  $|\Phi| \ll c$  dans l'équation (3), nous pouvons utiliser une approximation pour l'indice de réfraction  $n_0$ . Cependant, nous n'utiliserons pas cette approximation dans les calculs qui suivent.

Localement, dans l'espace et le temps, la vitesse de la lumière semble constante et égale à  $c$ . Si l'univers est en expansion et que sa densité diminue, l'indice de réfraction diminue également, ce qui accélère imperceptiblement la lumière.

Cependant, la constante  $c$  joue le rôle de vitesse limite. Mais, la valeur de  $c$  est déjà le résultat d'une autre vitesse limite  $k$  (dont nous ne connaissons pas encore la valeur) affectée par un indice de réfraction local  $n$ . Utilisons l'équation (3) pour bâtir une autre équation de la même forme. Considérons que nous sommes présentement à une distance  $r_u$  du centre de masse de l'univers. Sachant que la masse de l'univers est  $m_u$ , la vitesse  $c$  est alors le résultat de l'équation (4).

$$c = \frac{k}{n} \quad \text{où } n = \sqrt{\frac{1-2\Theta/k^2}{1+2\Theta/k^2}} \quad \text{et } \Theta = \frac{-Gm_u}{r_u} \leq 0 \quad (4)$$

Le rayon de l'espace [8][14] (ou le rayon de l'univers [14]), tel que décrit par Lemaître, correspond à ce que nous préférons appeler le rayon de courbure apparent de l'univers lumineux  $R_u$ . Nous qualifions sa valeur « d'apparente » du fait que l'équation suppose une vitesse de la lumière constante dans le temps et égale à  $c$ , durant un temps égal à l'âge apparent de l'univers  $T_u = 1/H_0$ . Cependant, dans notre modèle, la vitesse de la lumière n'est pas constante dans le temps. Sa valeur est bel et bien  $c$  dans l'instant présent. Cependant, en admettant que l'univers est en expansion, selon l'équation (4) sa valeur était nécessairement inférieure à cette vitesse dans le passé. Si nous reculons suffisamment dans le temps (alors que le rayon de courbure apparent de l'univers était plus petit), nous trouvons même un moment où la vitesse de la lumière était nulle.

Selon Hubble, la constante  $H_0$  représente la vitesse de déplacement des galaxies (en  $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}$ ) [7]. Selon nous, c'est équivalent à mesurer localement la dérivée de la vitesse de la matière  $v_m$  par rapport à la distance  $r$ . Selon les équations de la relativité, pour éviter de nécessiter une énergie infinie, la matière est obligée de voyager moins vite que la lumière puisque la vitesse de la lumière

est une vitesse limite. La matière se déplace localement à une vitesse  $\beta$  (valeur algébrique arbitraire qui sera éventuellement évaluée avec précision) fois moins vite que la vitesse de la lumière  $c$  en s'éloignant de manière radiale par rapport au centre de masse de l'univers. Localement, à notre emplacement dans l'univers, la valeur de  $H_0$  est évaluée à une distance  $r = r_u$  (qui représente une fraction  $\beta$  du rayon de courbure apparent de l'univers lumineux  $R_u$ ).

$$H_0 = \left. \frac{dv}{dr} \right|_{r=r_u} = \frac{\beta c}{r_u} = \frac{\beta c}{\beta R_u} \Rightarrow R_u = \frac{c}{H_0} \quad (5)$$

Nous sommes à une distance  $r_u$  du centre de masse de l'univers.

$$r_u = \beta R_u = \frac{\beta c}{H_0} \quad (6)$$

Trouvons la masse apparente de l'univers  $m_u$ . Associons une masse  $m_{ph}$  à un photon. Si nous plaçons ce photon en périphérie de l'univers lumineux, à une distance  $R_u$  du centre de masse de l'univers, son énergie gravitationnelle  $E_g$  est :

$$E_g = \frac{G m_u m_{ph}}{R_u} \quad (7)$$

De même, selon la relativité restreinte, l'énergie de masse associée à ce photon est  $E_m$ .

$$E_m = m_{ph} c^2 \quad (8)$$

En faisant égaliser les équations (7) et (8), en remplaçant  $R_u$  par l'équation (5) et en isolant  $m_u$ , nous obtenons la même équation que celle de Carvalho [15].

$$m_u = \frac{c^2}{G \cdot R_u} = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \quad (9)$$

Pour une distance  $r_u$ , notre parcelle d'univers locale voyage à la vitesse  $v_m$ .

$$v_m = \frac{\beta k}{n} \text{ où } n = \sqrt{\frac{1 - 2\Theta/k^2}{1 + 2\Theta/k^2}} \text{ et } \Theta = \frac{-G m_u}{r_u} \quad (10)$$

La mesure de  $H_0$  est faite par observation du déplacement global des galaxies à notre emplacement  $r_u$ . Chaque galaxie a son propre mouvement. Mais à cause de l'expansion de l'univers, les galaxies s'éloignent globalement les unes des autres. La valeur de la constante de Hubble  $H_0$  représente la dérivée de la vitesse de l'univers matériel  $v_m$  par rapport à  $dr$  évaluée à une distance  $r = r_u$  à partir du

**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers** 7

centre de masse de l'univers.

$$H_0 = \frac{dv}{dr} \Big|_{r=r_u} = \frac{\beta k y}{r_u} \left( \frac{1}{(1+y)\sqrt{1-y^2}} \right) \text{ où } y = \frac{2Gm_u}{k^2 r_u} \quad (11)$$

La résolution des équations (4), (5), (6) et (11) mène aux équations (12) à (16).

$$k = c\sqrt{2+\sqrt{5}} \approx 6,17 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (12)$$

$$\beta = 3 - \sqrt{5} \approx 0,764 \quad (13)$$

$$R_u \approx 1,28 \times 10^{26} \text{ m} \quad (14)$$

$$r_u \approx 9,80 \times 10^{25} \text{ m} \quad (15)$$

$$m_u \approx 1,73 \times 10^{53} \text{ kg} \quad (16)$$

La constante  $k$  représente la valeur asymptotique pour la vitesse de la lumière lorsque le rayon de courbure apparent de l'univers tendra vers l'infini. La constante  $\beta$  est géométrique et peut être définie comme étant le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse d'expansion de l'univers lumineux (qui est la vitesse de la lumière). Elle peut aussi représenter le rapport entre le rayon de courbure apparent de l'univers matériel  $r_u$  (évalué à notre emplacement dans l'univers par rapport au centre de masse de l'univers) et le rayon de courbure apparent de l'univers lumineux  $R_u$ . La valeur de  $m_u$  représente la masse apparente de l'univers.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que la constante  $\beta$  est unique à notre modèle cosmologique, mais elle s'avère essentielle pour faire de multiples liens entre les constantes de physique. Elle permet de faire plusieurs liens entre l'infiniment grand et l'infiniment petit dans l'hypothèse des grands nombres de Dirac.

### 2.3. L'hypothèse des grands nombres de Dirac

Dans cette section, nous montrons plusieurs équations. Pour faire en sorte de condenser l'information, nous demandons au lecteur de se référer au début de l'article qui définit les différents paramètres de l'univers.

En calculant des rapports de quantités ayant les mêmes unités, Dirac constata que ceux-ci semblaient découler de quelques grands nombres. Sans utiliser tous les exemples de Dirac, voici quelques rapports qui donnent le même grand nombre sans unités [2].

$$\frac{R_u}{L_p} = \frac{m_u}{m_p} = \frac{m_p}{m_{ph}} = \frac{1}{t_p H_0} \approx 7,94 \times 10^{60} \quad (17)$$

Avec des constatations similaires, Dirac se doutait que ce n'était pas une coïncidence. Nous verrons que sans  $\beta$  de l'équation (13), il est impossible de faire égaliser certains rapports aux autres grands nombres.

Dirac pouvait constater que ces grands nombres étaient séparés de quelques ordres de grandeur bien distincts sans les savoir précisément. Tous les rapports trouvés peuvent, en y ajoutant certains facteurs, provenir d'un seul grand nombre  $N$ . La valeur de  $N$  représente le nombre maximum de photons ayant la plus basse énergie (de longueur d'onde égale à  $2\pi R_u$ ) pouvant exister dans l'univers. Pour obtenir  $N$ , calculons la masse  $m_{ph}$  associée au photon de longueur d'onde  $2\pi R_u$  en faisant l'égalité entre l'énergie corpusculaire et l'énergie ondulatoire d'un photon dans l'équation (18).

$$m_{ph} c^2 = \frac{hc}{2\pi R_u} \Rightarrow m_{ph} = \frac{h}{2\pi R_u c} \approx 2,74 \times 10^{-69} \text{ kg} \quad (18)$$

$$N = m_u / m_{ph} \approx 6,3 \times 10^{121} \quad (19)$$

Les autres « grands » nombres sont de type  $N$  exposant un nombre fractionnaire, tel que  $N^{1/2}$ ,  $N^{1/3}$ ,  $N^{1/4}$  ...  $N^{1/57}$  ou  $N^{2/3}$ ,  $N^{3/4}$ , etc. Il est possible de trouver plus d'une centaine d'équations donnant  $N$  lui-même. Voici quelques exemples (équations (20) à (27)) qui pourront être calculés à partir, entre autres, des postulats #1 et #2 cités plus loin. Dans les équations suivantes,  $T_p$  représente la température de Planck qui est environ  $T_p \approx 1,42 \times 10^{32}$  °K. C'est la plus haute température dans l'univers lorsque nous condensons la masse apparente de l'univers  $m_u$  dans une sphère ponctuelle de rayon égal à la longueur de Planck. Nous pensons aussi que c'était la température initiale lors du Big Bang. La valeur de  $q_p$  est la charge de Planck qui est environ  $q_e \approx 1,88 \times 10^{-18}$  C.

$$N^{1/2} = \frac{m_p}{m_{ph}} = \frac{R_u}{L_p} = \frac{1}{t_p H_0} = \frac{2\pi T_p k_b}{h H_0} = \frac{-1}{q_e} \sqrt{\frac{4\pi m_u R_u \alpha}{\mu_0}} \approx 7,94 \times 10^{60} \quad (20)$$

$$N^{1/3} = \frac{m_u r_e \alpha}{m_e R_u \beta} = \frac{m_e \sqrt{\beta}}{m_{ph} \alpha} = \frac{R_u \sqrt{\beta}}{r_e} = \frac{\alpha q_e^2}{4\pi \epsilon_0 G \beta m_e^2} \approx 3,99 \times 10^{40} \quad (21)$$



Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers 9

$$N^{2/3} = \frac{m_u \alpha}{m_e \beta^{1/2}} = \frac{R_u^2 \beta}{r_e^2} = \frac{m_p^4 \alpha^4}{m_e^4 \beta^2} = \frac{m_e^2 \beta}{m_{ph}^2 \alpha^2} \approx 1,58 \times 10^{81} \quad (22)$$

$$N^{1/4} = \frac{T_p}{T} \left( \frac{15\beta^4 \alpha^2}{\pi^3} \right)^{1/4} = \frac{k_b T}{m_{ph} c^2} \left( \frac{\pi^3}{15\beta^4 \alpha^2} \right)^{1/4} \approx 2,82 \times 10^{30} \quad (23)$$

$$N^{1/6} = \frac{r_e}{L_p \sqrt{\beta}} = \frac{m_p \alpha}{m_e \sqrt{\beta}} = \frac{\alpha^3}{4\pi R_\infty L_p \sqrt{\beta}} = \frac{2\pi r_e k_b T_p}{hc \sqrt{\beta}} \approx 1,99 \times 10^{20} \quad (24)$$

$$N^{1/16} = \left( \frac{4\pi c R_\infty \sqrt{\beta}}{H_0} \right)^{57/256} = \left( \frac{\beta T_p}{T} \right)^{1/4} \left( \frac{15\alpha^2}{\pi^3} \right)^{1/16} \approx 4,10 \times 10^7 \quad (25)$$

$$N^{1/19} = \frac{1}{4\pi R_\infty r_e} = \left( \frac{\beta m_e^2}{m_{ph}^2} \right)^{1/12} = 16\pi^2 \beta L_p R_u R_\infty^2 \sqrt{\alpha} \approx 2,57 \times 10^6 \quad (26)$$

$$N^{1/57} = \frac{q_p^2}{q_e^2} = \left( \frac{m_p^2}{m_e^2 \beta} \right)^{1/21} = \left( \frac{q_e^2 \beta}{4\pi \epsilon_0 G m_e^2} \right)^{1/20} = \frac{1}{\alpha} \approx 137 \quad (27)$$

L'équation (27) qui implique la constante de structure fine  $\alpha$  servira à l'équation (48). Pour des exposants rationnels de petites valeurs tel que 1/57, l'appellation « grand nombre » n'est plus appropriée. Notons que  $\beta$  est requise dans plusieurs équations.

#### 2.4. Variation des « constantes » de physique au cours du temps

Selon notre modèle, la lumière accélère au cours du temps. Pour que le principe de conservation d'énergie soit maintenu, il faut qu'une onde électromagnétique de longueur  $2\pi R_n$  augmente sa longueur d'onde au cours du temps pour permettre à la lumière d'accélérer au cours de la même période. L'univers étant en expansion, la masse associée au photon diminue au cours du temps.

L'univers s'étend et sa vitesse angulaire de rotation diminue comme un patineur qui étend les bras. Le rayon  $R_u$  est limité par sa vitesse tangentielle de rotation qui est celle de la lumière. Comme l'univers est en expansion, l'indice de réfraction du vide diminue et permet une lente accélération de la lumière au cours du temps.

Les photons peuvent avoir différentes longueurs d'ondes. Par conséquent, ils peuvent avoir différentes énergies et différentes masses associées. Supposons que nous convertissons toute la masse  $m_u$  de l'univers en un grand nombre  $N$  de photons, tous ayant la plus basse énergie possible. En raison de l'équation de Planck (voir l'équation (50) plus loin dans cet article) qui est utilisée pour convertir la longueur d'onde en énergie, ces photons sont à leur plus bas niveau d'énergie possible lorsqu'ils ont la plus grande longueur d'onde (lorsque  $\lambda = 2\pi R_u$ , qui correspond à la circonférence de l'univers). Il est impossible d'avoir une dimension plus grande que la circonférence de l'univers, ce qui confirme que ces photons ne peuvent pas avoir une énergie plus faible. Bien sûr, le rayon apparent  $R_u$  de l'univers lumineux s'accroît toujours au cours du temps. Par conséquent, la masse  $m_{ph}$  associée à l'énergie d'un de ces photons décroît dans le temps puisque la circonférence de l'univers augmentera durant la même période de temps. Cependant, en pourcentage, il en sera de même pour la masse  $m_u$  de l'univers.

Le nombre maximal  $N$  de photons de plus faible énergie est obligé d'être réellement constant au cours du temps, car si la masse  $m_{ph}$  associée au photon de plus faible énergie au dénominateur de l'équation (19) diminue au cours du temps, il en sera de même, en pourcentage, pour la masse de l'univers  $m_u$  qui inclut la masse de ce photon. Si  $N$  est constant, tous les autres grands nombres sont aussi constants. Dans ces nombres sans unités, les variations des numérateurs sont compensées par les mêmes variations, en pourcentage, aux dénominateurs. Mais, toutes les « constantes » avec unités doivent varier au cours du temps.

Attention, en métrologie, il est très utile de considérer constante la vitesse de la lumière. Cela permet de « figer » plusieurs paramètres de notre univers et de les déterminer plus précisément. Nous avons tout à fait le droit de le faire et de référer toutes les unités de mesure par rapport à la vitesse de la lumière qui varie, dans les faits, très peu au cours d'une vie humaine. Cependant, en faisant cela, nous forçons la constante de structure fine à varier au cours du temps.

Si nous cherchons à faire des comparaisons, c'est comme avoir le droit de dire qu'une fusée décolle de la terre ou de dire que la terre déménage sous la fusée. Nous pouvons avoir l'impression d'avoir le choix. Mais, en fait, une seule option

**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers 11**

représente la réalité, sinon, nous faisons face au « paradoxe des jumeaux » qui a été présenté à Einstein par Paul Langevin au congrès de Bologne en 1911 (à ce moment, ce n'était pas encore clairement un paradoxe). En raison de la masse imposante de la terre et du principe de conservation de la quantité de mouvements, nous sommes obligés de dire que les phénomènes physiques s'expliqueront seulement si nous considérons que la fusée décolle de la terre (et non l'inverse). Il en va de même avec la vitesse de la lumière. Pour expliquer les phénomènes physiques, nous sommes obligés d'admettre que la vitesse de la lumière augmente au cours du temps. Mais pour des physiciens en métrologie, ce serait une catastrophe d'admettre une telle affirmation puisque plus rien ne serait réellement constant, mis à part la constante de structure fine, les rapports sans unités et les constantes géométriques.

En imposant la constance de  $c$  en métrologie, certains phénomènes deviennent difficiles à expliquer. L'expansion de l'univers observée par Hubble est incompatible avec la « constance » de  $c$  imposée en métrologie. Si la lumière accélère réellement au cours du temps et que nous continuons à dire que la vitesse de celle-ci est constante, cela revient à dire que les unités de mesure de distance s'agrandissent et que les objets rétrécissent au cours du temps. De telles considérations pourraient mener certains à conclure, de manière erronée, à l'existence d'un « Big Crunch ». Si  $c$  est réellement constante, c'est l'expansion de l'univers qui n'est plus compréhensible. L'explication par Schwarzschild, grâce à la relativité générale, du changement d'indice de réfraction du vide en présence d'une masse ne serait plus transposable à l'univers tel que nous l'avons fait. Il faudrait alors remettre en question tous les calculs faits sur les trous noirs et sur les lentilles gravitationnelles. Nous ne pouvons pas croire à une telle avenue.

Notre choix est de voir la vitesse de la lumière accélérer lentement au cours du temps. Se faisant, toutes les « constantes » qui ont des unités de mesure varient. Seules les constantes sans unités, tels les rapports sans unités, la constante de structure fine, et les constantes géométriques sont vraiment constantes.

Les résultats seront diamétralement opposés s'il est pris pour acquis que la vitesse de la lumière est constante pour des fins de métrologie ou qu'elle change au cours du temps. **Les deux points de vue sont valides** et ont **leurs avantages**. Dans cet article, il sera considéré que la vitesse de la lumière change au cours du temps.

La relativité générale d'Einstein explique les lois de la gravitation par des déformations d'espace-temps causées par les masses impliquées [16]. Il est cependant possible d'expliquer le phénomène de gravitation par un différentiel de

pression causé par un effet d'écran entre différentes masses situées dans le vide de l'univers qui est rempli de corpuscules qui transmettent leur quantité de mouvement tel que décrit par Fatio [17] et Le Sage [18]. De leur côté, les frères Jérôme semblent avoir réussi à unifier ce concept à la relativité générale d'Einstein [19] (document non publié). Dans ce scénario, les masses ne s'attireraient pas, mais elles seraient plutôt poussées les unes vers les autres par des corpuscules invisibles. Selon Sidharth, ces corpuscules seraient constitués d'oscillateurs harmoniques (photons) de différentes longueurs d'onde [20]. Les impacts répétés des photons qui voyagent dans tous les sens dans le vide de l'univers créeraient une « pression de radiation » (expression utilisée par Mansuripur [21]) ou « pression de radiation thermodynamique » (pour faire référence au terme analogue de « pression thermodynamique » utilisé par Horowitz pour les gaz [22]). Tout comme dans les gaz où les molécules sont agitées, le mot « thermodynamique » est utilisé pour faire référence à l'agitation aléatoire des photons. Sidharth considère que le spectre des longueurs d'onde de ces photons varie entre la longueur de Planck  $L_p$  et la circonférence l'univers ( $2\pi R_u$ ). Pour être plus précis, nous pensons plutôt que ces longueurs d'onde varient entre la circonférence de la particule de Planck ( $2\pi L_p$ ) et la circonférence apparente l'univers lumineux ( $2\pi R_u$ ).

Les équations de la relativité générale d'Einstein [16] et de la gravitation universelle de Newton [23] prennent pour acquis que la constante de gravitation universelle  $G$  est constante à travers l'univers et à travers le temps. Mais, en considérant la force gravitationnelle comme étant le résultat d'une pression de radiation, il est possible de concevoir que  $G$  n'est constant que pour une petite partie de l'univers. C'est comme la pression d'eau autour d'un poisson, mais elle diffère de la surface du lac. La pression est quasi uniforme autour du poisson, mais elle diffère de la surface du lac. L'univers ne pourra donc jamais être en « Big Crunch » puisque la pression de radiation extérieure de celui-ci est nulle. Ce déficit de pression engendre une expansion irrémédiable de l'univers.

### 2.5. Premier calcul d'une constante de Hubble $H_0$ plus précise

Selon différentes sources,  $H_0$  se situerait entre  $67,4(5) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$  [24] et  $77,6 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{MParsec}^{-1}$  [25]. Les incertitudes provenant des différents résultats de mesure ne se recoupent pas toujours. Pour une meilleure précision dans les calculs que nous ferons plus loin, nous devons trouver une méthode qui nous assurera un minimum de précision sans équivoque.

Comme la température moyenne  $T$  du fond diffus de l'univers (CMB) peut être mesurée précisément, un lien exploitable peut être fait entre ce paramètre et  $H_0$ .

**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers** 13

Selon Alpher, l'univers possède toutes les propriétés d'un corps noir [26]. L'univers absorbe parfaitement toute l'énergie électromagnétique, quelles que soit les longueurs d'ondes qu'il reçoit. Cette absorption est convertie en agitation thermique qui provoque l'émission d'un rayonnement thermique dont le spectre d'émission à la surface de la sphère de l'univers lumineux ne dépend que de sa température moyenne. La loi de Stefan-Boltzmann permet de déterminer la densité de flux  $M^\circ$  (en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) en fonction de la température de surface  $T$  (en  $^\circ\text{K}$ ).

$$M^\circ(T) = \sigma T^4 \quad (28)$$

La constante  $\sigma$  de Stefan-Boltzmann est définie par l'équation suivante.

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_b^4}{15h^3 c^2} \approx 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4} \quad (29)$$

La densité de flux sur la surface de la sphère représentant l'univers lumineux peut être définie comme étant la puissance totale dissipée dans l'univers  $P_u$  sur l'aire totale  $A_u$  de la sphère. La puissance dissipée  $P_u$  correspond à prendre l'énergie totale  $E_u$  et à la diviser par l'âge apparent de l'univers  $T_u=1/H_0$ .

$$M^\circ = \frac{P_u}{A_u} = \frac{E_u}{A_u T_u} = \frac{E_u H_0}{A_u} \quad (30)$$

L'énergie totale d'une masse  $m$  en mouvement est donnée par  $E_t$ .

$$E_t = mc^2 \quad (31)$$

La masse apparente de l'univers  $m_u$  décrite à l'équation (9) représente déjà celle de l'univers en expansion. Donc, à l'équation (31), nous remplaçons  $m$  par la masse de l'univers  $m_u$  et l'énergie  $E_t$  par la quantité totale d'énergie  $E_u$  contenue dans l'univers.

$$E_u = m_u c^2 = \frac{c^5}{GH_0} \quad (32)$$

En utilisant les équations (28), (29), (30), et (32), nous obtenons :

$$T = \frac{1}{k_b} \left( \frac{15h^3 c^7}{2\pi^5 A_u G} \right)^{1/4} \quad (33)$$

Ludwig Boltzmann a exprimé l'entropie statistique [27] en fonction du nombre de micro-états  $\Omega$  définissant l'équilibre d'un système macroscopique donné.

$$S = k_b \ln(\Omega) \quad (34)$$

L'expansion de l'univers matériel est  $\beta$  fois plus lente que celle de l'univers lumineux. L'entropie est une mesure du désordre dans l'univers et augmente au rythme de l'expansion de celui-ci. Sa mesure à  $R_u$  aurait comme valeur  $S'$ .

$$S' = \frac{S}{\beta} = \frac{k_b \ln(\Omega)}{\beta} = k'_b \ln(\Omega) \text{ où } k'_b = \frac{k_b}{\beta} \quad (35)$$

La « constante de Boltzmann »  $k_b$  est vraie localement dans notre univers, à notre position  $r_u$  par rapport au centre de masse de l'univers. En périphérie de l'univers lumineux, à  $R_u = r_u/\beta$ , la « constante de Boltzmann » devient  $k'_b$  comme donné à l'équation (35). En périphérie de l'univers lumineux, l'équation (33) devient l'équation (36).

$$T = \frac{1}{k'_b} \left( \frac{15h^3 c^7}{2\pi^5 A_u G} \right)^{1/4} = \frac{\beta}{k_b} \left( \frac{15h^3 c^7}{2\pi^5 A_u G} \right)^{1/4} \quad (36)$$

Trouvons l'aire  $A_u$  de la sphère de l'univers lumineux. Si l'univers était statique, mais ce n'est pas le cas, l'équation de l'aire serait :

$$A_u = 4\pi R_u^2 \quad (\text{Pour un univers statique}) \quad (37)$$

Appliquant cette hypothèse à l'équation (36),  $T \approx 31,9$  °K. C'est faux, car avec la sonde Cobra,  $T \approx 2,736$  (17) °K [5]. Selon Hawking [28] et Fennelly [29], l'univers est en rotation. Einstein a montré qu'un disque tournant a une circonférence plus grande qu'un disque statique [30]. La circonférence devient « Cir. ».

$$\text{Cir.} = 2\pi R'_u = \frac{2\pi R_u}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow R'_u = \frac{R_u}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (\text{Univers en rotation}) \quad (38)$$

Nous pensons que la vitesse tangentielle de rotation de l'univers est la même que la vitesse tangentielle de rotation de l'électron sur lui-même. Tel Llewellyn [31], faisons l'hypothèse que le spin de l'électron est causé par une rotation de l'électron sur lui-même.

Comme il sera éventuellement montré aux équations (53) et (56), la masse  $m_e$  et la charge  $q_e$  de l'électron sont contenues à l'intérieur du rayon classique de l'électron  $r_e$ . L'énergie ondulatoire associée à l'électron est, quant à elle, contenue dans le rayon de Compton  $r_c$  qui est  $1/\alpha \approx 137$  fois plus grand que  $r_e$ . Une onde peut être vue de deux manières différentes. De côté, elle ressemblera à une sinusoïde. Mais vue de face, elle ressemble à un cercle. Tout comme pour une onde électromagnétique, la fréquence de l'onde associée à l'électron est

**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers** 15

calculée en considérant que la circonférence du cercle de l'onde est parcourue à la vitesse de la lumière.

Il semble n'y a qu'une seule manière d'expliquer le fait que la masse de l'électron  $m_e$  soit contenue dans le rayon  $r_e$  et que son énergie ondulatoire soit contenue dans le rayon de Compton  $r_c$ . C'est que la masse de l'électron  $m_e$  tourne à une vitesse relativiste telle que le facteur son Lorentz est égal à la constante de structure fine  $\alpha$ , ce qui expliquerait pourquoi  $r_c = r_e/\alpha$ .

$$\alpha = r_e / r_c = \sqrt{1 - v^2 / c^2} \approx 7,2973525664(17) \times 10^{-3} \quad (39)$$

Si nous faisons l'hypothèse que la vitesse tangentielle  $v$  de la périphérie de l'univers lumineux est la même que celle de l'électron, nous obtenons :

$$v = c\sqrt{(1 - \alpha)(1 + \alpha)} \approx 0,999973c \quad (40)$$

Cette vitesse est proche de celle de la lumière. Pour un observateur situé au centre de rotation, le temps qui s'écoule en périphérie de l'univers lumineux est dilaté et les distances sont compressées par le facteur de Lorentz. L'équation (37) devient l'équation (42).

$$R'_u = R_u / \alpha \text{ (Univers en rotation)} \quad (41)$$

L'aire de surface de l'univers de l'équation (37) devient alors l'équation (42).

$$A_u = 4\pi R_u^2 / \alpha^2 \text{ (Pour univers en rotation)} \quad (42)$$

Avec les équations (5) et (42), nous modifions l'équation (36) pour obtenir l'équation (43) qui devrait donner la température moyenne  $T$  du fond diffus de l'univers (CMB).

$$T = \frac{\beta}{k_b} \left( \frac{15\alpha^2 h^3 c^5 H_0^2}{8\pi^6 G} \right)^{1/4} \quad (43)$$

Faisant varier  $H_0$  entre 67,4 et 77,6 km·s<sup>-1</sup>·MParsec<sup>-1</sup> des sondes Planck [24] et Chandra [25], nous obtenons une valeur de  $T$  située entre 2,65 °K et 2,83 °K. Les données des sondes Cobra (2,736(17) °K [5]) et WMAP (2,72548(57) °K [6]) confirment ces résultats avec une incertitude inférieure à celle qui pèse présentement sur  $H_0$ .

Faisons égaliser l'équation (43) à  $T$  de Fixsen et isolons  $H_0$  pour calculer sa valeur.

$$H_0(T) = \frac{\pi^3 T^2 k_b^2}{\alpha \beta^2} \sqrt{\frac{8G}{15c^5 h^3}} \approx 71,505(30) \text{ km/(s} \cdot \text{MParsec)} \quad (44)$$

L'équation (44) est en accord avec Salvatelli :  $H_0 \approx 72,1^{+3,2}_{-2,3}$  km·s<sup>-1</sup>·MParsec<sup>-1</sup> [4]. C'est presque le résultat moyen entre ceux des sondes Planck et Chandra.

## 2.6. Hypothèse menant à un calcul exact de la constante gravitationnelle $G$ et de la constante de Hubble $H_0$

Nous faisons l'hypothèse que la constante  $\alpha$  peut être utilisée comme étant un facteur d'échelle. Appliqué un certain nombre de fois, ce facteur peut être relié à certains rapports sans unités faisant intervenir différentes constantes de physique.

$$m_u = m_{ph} / \alpha^n \quad (45)$$

Utilisons les équations (5), (18), (44) et (45) dans l'équation (19), pour avoir  $N$  et ensuite  $n$ . La précision de  $N(T, G)$  dépendra spécialement de la température  $T$  qui sera utilisée dans l'équation et sur la constante gravitationnelle  $G$ . N'importe quel petit changement sur les autres paramètres (à l'intérieur des tolérances mentionnées par le CODATA) de l'équation (46) n'aura d'impact sur le résultat puisque  $T$  et  $G$  sont tellement moins précis que les autres qui sont utilisés dans l'équation. Prenons  $T \approx 2,72548(57)$  °K de Fixsen venant de la sonde à microondes anisotropique Wilkinson « WMAP » [6] et  $G \approx 6,67408(31) \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup>·kg<sup>-1</sup>·s<sup>-2</sup> du CODATA 2014 [3].

$$N(T, G) = \frac{1}{\alpha^n} = \frac{m_u}{m_{ph}} = \frac{15\alpha^2 \beta^2 h^2 c^{10}}{4\pi^5 T^4 k_b^4 G^2} \approx 6,4071(54) \times 10^{121} \quad (46)$$

Définitions [x] comme étant la valeur entière arrondie de x.

$$n = \lceil -\text{Log}(N) / \text{Log}(\alpha) \rceil = \lceil 57,00332(17) \rceil = 57 \quad (47)$$

Présentement, ce résultat ne peut être démontré et nous devons créer le postulat #1.

$$\text{POSTULAT \#1: } N = 1 / \alpha^{57} \approx 6,303419702(84) \times 10^{121} \quad (48)$$

## 2.7. Calcul de la constante gravitationnelle universelle

Pour calculer  $G$ , il faut une équation donnant exactement la valeur  $N$  obtenue par l'équation (48) en fonction de  $G$ , mais indépendante de  $H_0$  et  $T$  que nous ne connaissons pas suffisamment précisément (comparé aux autres constantes de physique du CODATA).

Les occasions les plus fréquentes de voir la constante  $G$  intervenir dans des équations de physique se retrouvent dans le calcul de l'énergie gravitationnelle et



**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers** 17

de la force gravitationnelle. Commençons par évaluer, sur Terre, l'énergie gravitationnelle  $E_g$  qu'il y a entre deux électrons séparés d'une distance égale au rayon classique de l'électron  $r_e$ .

$$E_g = \frac{Gm_e^2}{r_e} \quad (49)$$

L'énergie d'une onde électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda$  est donnée par l'équation (50).

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (50)$$

Même dans un contexte où la vitesse de la lumière s'accroît au cours du temps, le principe de conservation de l'énergie doit être respecté. Pour cette raison, les photons qui sont en périphérie de l'univers lumineux ne cessent de voir leur longueur d'onde s'accroître au cours du temps pour s'adapter graduellement au nouveau diamètre de l'univers. Il en va de même de toutes les autres longueurs dans l'univers. Nous ne nous en rendons pas compte car toutes les autres constantes de physique changent en même temps (sauf les rapports sans unités, la constante de structure fine et les constantes géométriques).

Amenons l'expérience faite avec les deux électrons en périphérie de l'univers lumineux. En faisant cela, le rayon classique de l'électron s'accroîtra d'un facteur  $\beta$  et deviendra  $r_e'$  (tout comme pour le rayon de courbure apparent de l'univers) :

$$r_e' = \frac{r_e}{\beta} \quad (51)$$

L'énergie gravitationnelle de l'équation (49) est maintenant donnée par l'équation (52).

$$E_g' = \frac{Gm_e^2}{r_e'} = \frac{Gm_e^2\beta}{r_e} \quad (52)$$

En contrepartie, l'énergie électrique demeure la même si on la mesure ici sur Terre ou en périphérie de l'univers. En effet, cette équation est indépendante du rayon (même si elle semble en dépendre aux premiers abords). Analysons l'équation de l'énergie électrique  $E_e$  sur Terre :

$$E_e = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 r_e} \quad (53)$$

La charge  $q_e$  d'un électron est obtenue par l'équation (54).

$$q_e = -\sqrt{\frac{4\pi m_e r_e}{\mu_0}} \quad (54)$$

La vitesse de la lumière  $c$  peut être décrite en fonction de  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  selon l'équation (55).

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \quad (55)$$

Si nous utilisons les équations (54) et (55) dans l'équation (53), nous obtenons l'équation (56).

$$E_e = m_e c^2 \quad (56)$$

Les équations (53) et (56) montrent que l'énergie contenue dans la masse  $m_e$  d'un électron est équivalente à l'énergie électrique contenue entre deux électrons espacés d'une distance équivalente au rayon classique de l'électron  $r_e$ . Dans l'équation (56), il peut être constaté que l'énergie électrique  $E_e$  est indépendante du rayon classique de l'électron. Par conséquent, si nous reproduisons cette expérience en périphérie de l'univers lumineux, l'énergie électrique  $E'_e$  que nous aurons sera égale à l'énergie  $E_e$  que nous avons sur Terre. Faisons alors le rapport entre l'énergie électrique  $E'_e$  et l'énergie gravitationnelle  $E'_g$  en périphérie de l'univers lumineux. Ramener l'expérience en périphérie de l'univers lumineux permet de voir pourquoi un facteur  $\beta$  s'introduit dans l'équation.

$$\frac{E'_e}{E'_g} = \frac{m_e c^2 r_e}{G m_e^2 \beta} = \frac{c^2 r_e}{G m_e \beta} \approx 5,45 \times 10^{42} \quad (57)$$

Tout comme dans l'équation (48), nous avons constaté que la constante de structure fine  $\alpha$  joue un rôle pour déterminer les ordres de grandeur. Par un ajustement de l'exposant de la constante de structure fine  $\alpha$ , nous obtenons un nombre identique à celui de l'équation (57).

$$\frac{1}{\alpha^{20}} \approx 5,45 \times 10^{42} \quad (58)$$

Nous en concluons que les équations (57) et (58) sont égales. En isolant la constante gravitationnelle universelle  $G$ , nous obtenons une équation que nous élevons au rang de postulat #2 car c'est une équation qui ne peut pas être déduite d'aucune autre équation connue de la physique actuelle :

$$\text{POSTULAT 2 : } G = \frac{c^2 r_e \alpha^{20}}{m_e \beta} \approx 6,673229809(86) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \quad (59)$$

**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers 19**

Ce résultat est en parfait accord avec la valeur de Taylor-Parker-Langenberg qui est  $G \approx 6,6732(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  [32]. Cependant, basé sur l'équation (59), il peut être constaté que la tolérance de la valeur mesurée de  $G$  provenant du CODATA 2014 [3] est sous-estimée d'un facteur d'environ 2,74. Qing [33] a montré que les tolérances de plusieurs mesures récentes de  $G$  ne se recourent pas entre elles. Malgré les précisions très optimistes affichées pour les différentes mesures, la valeur de  $G$  se situe entre 6,672 et  $6,676 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ . La tolérance affichée à l'équation (59) a été calculée à partir des tolérances affichées pour les autres constantes du CODATA 2014. Lors de la mesure de la constante gravitationnelle universelle  $G$ , il est facile de sous-estimer certaines sources d'erreurs, ce qui peut expliquer cette différence. L'équation (59) s'appuie sur des valeurs de constantes qui sont beaucoup plus précises et reproductibles.

En utilisant différentes combinaisons d'équations montrées dans cet article, nous pouvons déduire d'autres équations qui donnent aussi la constante gravitationnelle  $G$  précisément. Nous allons les énumérer sans faire une quelconque démonstration.

$$G = \frac{q_e^2 r_e R_\infty \alpha^{17}}{\epsilon_0 m_e^2 \beta} = \frac{2\pi c^3 r_e^2 \alpha^{19}}{h\beta} = \frac{q_e^2 \alpha^{20}}{4\pi \epsilon_0 m_e^2 \beta} = \frac{hc\alpha^{21}}{2\pi m_e^2 \beta} = \frac{c^2 \alpha^{23}}{4\pi R_\infty m_e \beta} \quad (60)$$

**2.8. Amélioration de la constante de Hubble  $H_0$  et de la température moyenne du fond diffus de l'univers  $T$**

Maintenant que nous pouvons calculer précisément  $N$  et  $G$ , nous pouvons faire égaler l'équation (19) à l'équation (48) en utilisant les équations (9), (18) et (59).

$$N = \frac{m_u}{m_{ph}} = \frac{2\pi c^5}{hGH_0^2} = \frac{2\pi m_e c^3 \beta}{hr_e H_0^2 \alpha^{20}} = \frac{1}{\alpha^{57}} \quad (61)$$

Associions l'énergie de la masse  $m_e$  d'un électron à l'énergie ondulatoire :

$$m_e c^2 = \frac{hc\alpha}{2\pi r_e} \quad (62)$$

Avec l'équation (62), modifions l'équation (61) pour obtenir l'équation (63).

$$H_0 = \frac{c\alpha^{19} \sqrt{\beta}}{r_e} \approx 72,0954858(32) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (63)$$

Le résultat de l'équation (63) est similaire à celui de l'équation (44) avec Fixsen et confirme la valeur de  $H_0 \approx 72,1_{-2,3}^{+3,2} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$  de Salvatelli.. Grâce à

diverses équations dans cet article, nous déduisons de nouvelles équations avec lesquelles nous calculerons  $H_0$  précisément. Nous allons les énumérer sans faire une quelconque démonstration.

$$H_0 = 4\pi c R_\infty \alpha^{16} \sqrt{\beta} = \frac{4\pi m_e c \alpha^{19} \sqrt{\beta}}{q_e^2 \mu_0} = \frac{2\pi m_e c^2 \alpha^{18} \sqrt{\beta}}{h} \quad (64)$$

En égalant les équations (44) et (63), et en utilisant l'équation (62), nous obtenons  $T$ .

$$T = \frac{m_e c^2}{k_b} \left( \frac{15\beta^6 \alpha^{17}}{\pi^3} \right)^{\frac{1}{4}} \approx 2,7367958(16) \text{ °K} \quad (65)$$

## 2.9. Équation de Weinberg

Weinberg a trouvé une équation empirique pour une masse typique de particule similaire à un pion (voir la page 619 du livre de Weinberg de 1972 disponible en référence [34]). Cette équation a aussi été citée par Sidharth en référence [20]. Cependant, le résultat de cette équation ne correspond à aucune valeur connue. Par conséquent, nous pensons qu'elle est incomplète. C'est comme si un facteur multiplicatif est manquant. Dans l'équation suivante,  $\hbar = h/2\pi$ .

$$m \approx \left( \frac{H_0 \hbar^2}{Gc} \right)^{1/3} \approx 1 \times 10^{-28} \text{ kg} \quad (66)$$

Montrons que les valeurs précises de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $G$  et  $H_0$  aboutissent à la masse  $m_e$  d'un électron à partir d'une version modifiée de l'équation (66) de Weinberg. Multiplions l'équation (63) par 1 (dans la parenthèse, multiplions par  $G$  et divisons par l'équation (59)).

$$H_0 = \frac{c\alpha^{19} \sqrt{\beta}}{r_e} \left( \frac{Gm_e \beta}{c^2 r_e \alpha^{20}} \right) = \frac{Gm_e \beta^{3/2}}{c\alpha r_e^2} \quad (67)$$

En isolant  $m_e$ , nous obtenons l'équation (68).

$$m_e = \frac{c \cdot H_0 \cdot \alpha \cdot r_e^2}{G \cdot \beta^{3/2}} \quad (68)$$

L'énergie contenue dans la masse de l'électron  $m_e$  au repos est égale à l'énergie

**Calculs de la constante gravitationnelle universelle, de la constante de Hubble et de la température moyenne du fond diffus de l'univers** 21

ondulatoire pour la longueur d'onde de Compton de l'électron  $\lambda_c$  :

$$m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda_c} \quad \text{où} \quad \lambda_c = \frac{2\pi r_e}{\alpha} \quad \Rightarrow \quad m_e c^2 = \frac{hc\alpha}{2\pi r_e} \quad (69)$$

$$r_e^2 = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{m_e^2 c^2} \quad (70)$$

En introduisant le résultat de l'équation (70) dans l'équation (68), nous obtenons la masse de l'électron en fonction de  $G$  et  $H_0$ . Bien sûr, nous obtenons la même valeur que dans le CODATA (excepté pour la tolérance), mais cette équation ne devrait pas être considérée comme une manière d'obtenir la masse de l'électron puisque nos valeurs de  $G$  et  $H_0$  proviennent en quelque sorte de cette équation. Cependant, comme nous le verrons, l'équation (71) peut être utile pour autres usages.

$$m_e(G, H_0) = \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} \left( \frac{H_0 \hbar^2}{Gc} \right)^{1/3} \approx 9,109383559(85) \times 10^{-31} \text{ kg} \quad (71)$$

L'âge apparent de l'univers est  $1/H_0$  et l'équation (71) est une fonction de  $H_0$ . Par conséquent, la masse  $m_e$  de l'électron varie en fonction du temps. Si c'est le cas pour  $m_e$ , c'est aussi le cas des autres particules et de la masse de l'univers. Sans en faire la démonstration ici, il peut être montré que c'est le cas de toutes les autres "constantes" qui possèdent des unités de mesure.

L'équation (71), qui est une version modifiée de l'équation de Weinberg, pourrait être utilisée pour « mesurer » la constante de Hubble  $H_0$  en fonction de la constante de gravitation universelle  $G$ , car toutes les autres constantes de l'équation sont connues précisément.

$$H_0(G) = \frac{G m_e^3 \beta^{3/2}}{\hbar^2 \alpha^3} \approx 72,104(33) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1} \quad (72)$$

En utilisant la valeur de  $G \approx 6,67408(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  du CODATA 2014 [3] dans l'équation (72), nous obtenons une valeur mesurée de  $H_0$  qui est similaire au résultat de l'équation (63). Cette valeur de  $H_0$  correspond à un âge apparent de l'univers de 13,56(6) milliards d'années. Notre valeur de  $H_0$  provenant de l'équation (63) donne aussi à peu près 13,56 milliards d'années.

### 3. CONCLUSION

Cet article nous semble très utile d'un point de vue métrologique car il permet de déterminer précisément plusieurs constantes qui n'étaient, jusqu'à ce jour, que mesurées. Les équations trouvées permettent de discriminer les résultats de plusieurs travaux de recherche sur la constante de Hubble, de la constante de gravitation universelle et de la température moyenne du fond diffus (CMB).

Un nouveau modèle de l'univers utilisant la constante  $\beta$  a été introduit. Cette constante représente le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse d'expansion de l'univers lumineux qui est la vitesse de la lumière. Cette constante semble nous laisser croire que l'univers est géométrique d'une certaine manière. Il peut être constaté que la constante  $\beta$  est essentielle dans l'évaluation de plusieurs paramètres de l'univers (voir les équations (59), (63), (65), (71) et bien d'autres). Nous avons d'ailleurs pu le constater en l'utilisant pour modifier l'hypothèse de Dirac sur les grands nombres car elle permet de faire plusieurs liens qui ne seraient pas possibles sans elle. Cette hypothèse permet de faire un lien important avec la constante de structure fine  $\alpha$ . En utilisant ce lien, nous avons trouvé des équations donnant les valeurs précises de  $H_0$  et  $G$ . Sachant d'où proviennent ces paramètres, il nous est permis d'expliquer pourquoi ces paramètres de l'univers ne sont pas constants à travers l'espace et le temps.

Nous avons utilisé une version modifiée de l'équation de Weinberg qui montre sans nul doute qu'il y a un lien entre la masse d'un électron, la constante de Hubble  $H_0$  et la constante de gravitation universelle  $G$ . Ce lien donne pour la première fois un outil précis pour mesurer la constante de Hubble ici même sur Terre, sans avoir à utiliser les observations des étoiles.

Nous avons déterminé que seuls les paramètres sans unités sont constants. Pour avoir un système de métrologie précis, le Bureau International des Poids et Mesures fait **le choix** d'imposer la constance de  $c$ . Ce choix **pertinent** permet d'augmenter la précision des autres paramètres de physique en devenant vraiment constants. Les constantes sans unités, telles que  $\alpha$ , sembleront varier dans le temps et certains phénomènes deviendront difficiles à expliquer. Considérer ou pas  $c$  constante semble incompatible sans vraiment l'être. Il faut être conscient du choix des hypothèses qui sont faites dans les analyses théoriques des documents scientifiques. Il est important de définir les choix retenus dès le début.

En utilisant les équations de  $G$  et  $H_0$  montrées dans cet article, il sera probablement possible de déterminer plus précisément les vitesses de

déplacement des différentes galaxies, leurs masses ainsi que plusieurs autres paramètres de l'univers. En utilisant l'équation donnant  $N$  dans l'hypothèse modifiée des grands nombres de Dirac, il sera probablement possible de tisser des liens serrés entre plusieurs constantes de physique, ce qui permettra de déterminer de nouvelles équations qui nous étaient jusqu'alors inconnues.

#### 4. RÉFÉRENCES

- [1] Dirac PAM (1938) "A New Basis for Cosmology", *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering sciences*, v. 165, no. 921, pp. 199-208.  
<https://doi.org/10.1098/rspa.1938.0053>
- [2] Dirac PAM. (1974) "Cosmological Models and the Large Numbers Hypothesis", *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering sciences*, v. 338, issue 1615, pp. 439-446.  
<https://doi.org/10.1098/rspa.1974.0095>
- [3] Mohr PJ, Newell DB, et Taylor BN (2016) "NIST-CODATA Internationally Recommended 2014 Values of the Fundamental Physical Constants", *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, v. 45, no. 4, pp.1-74.  
<https://doi.org/10.1063/1.4954402>
- [4] Salvatelli V, Andrea M, Laura L-H, et Olga M (2013) "New constraints on Coupled Dark Energy from the Planck Satellite Experiment", *Physical Review*, D 88.023531, v. 88, issue 2, pp. 9.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.023531>
- [5] Gush HP (1981) "Rocket Measurement of the Submillimeter Cosmic Background Spectrum", *Physical Review Letters*, v. 47, no. 10, pp. 745-748.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.47.745>
- [6] Fixsen DJ (2009) "The Temperature of the Cosmic Microwave Background", *The Astrophysical Journal Supplement Series*, v. 707, no 2, pp. 916-920. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/707/2/916>
- [7] Hubble E (1929) "A Relation Between Distance and Radial Velocity Among Extra-Galactic Nebulae", *Proc. N.A.S.*, v. 15, pp. 168-1973.  
<https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168>
- [8] Kragh H (2012) "The Wildest Speculation of All': Lemaître and the Primeval-Atom Universe", *Astrophysics and Space Science Library*, v. 395, pp. 23-38. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-32254-9\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-642-32254-9_3)

- [9] Kragh H (2013) "Big Bang: The Etymology of a Name", *Astronomy & Geophysics*, v. 54, Issue 2, pp. 2.28–2.30.  
<https://doi.org/10.1093/astgeo/att035>
- [10] Einstein A (1905) "On the Electrodynamics of Moving Bodies" (Zur Elektrodynamik bewegter Körper), *Annalen der Physik*, v. 322, no. 10, pp. 891-921. <https://doi.org/10.1002/andp.19053221004>
- [11] Einstein A (1911) "On the Influence of Gravitation on the Propagation of Light" (Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes), *Annalen der Physik*, 35, pp 898-908.  
<https://doi.org/10.1002/andp.19113401005>
- [12] Grøn, Øyvind (2016) "Celebrating the centenary of the Schwarzschild solutions", *American Journal of Physics*, v. 84, no. 7, pp. 537.  
<https://doi.org/10.1119/1.4944031>
- [13] Binney J and Merrifield M (1998) "Galactic Astronomy", *Princeton University Press*, pp. 816, ISBN: 9780691025650.  
<https://press.princeton.edu/titles/6358.html>
- [14] Lemaître G (2013) Republication of: A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extragalactic nebulae, v. 45, no. 8, pp. 1635-1646.  
<https://doi.org/10.1007/s10714-013-1548-3>
- [15] Carvalho JC (1995) "Derivation of the Mass of the Observable Universe", *International Journal of Theoretical Physics*, v. 34, no. 12, pp. 2507-2509.  
<https://doi.org/10.1007/BF00670782>
- [16] Einstein A (1916) "The Foundation of the General Theory of Relativity", *Annalen der Physik*, 49. <https://doi.org/10.4324/9780203198711>
- [17] Fatio de Duillier N (1960) "De la cause de la pesanteur", *Royal Society of London*, pp. 125-160. <https://doi.org/10.1098/rsnr.1949.0018>
- [18] Rolinson JS. (2003) "Le Sage's Essai de Chymie Mécanique", The Royal Society Publishing, v. 57, no. 1. <https://doi.org/10.1098/rsnr.2003.0195>
- [19] Jérôme J and Jérôme F (2012) "New Version of General Relativity that Unifies Mass and Gravity in a Common 4D Higgs Compatible Theory", *ResearchGate*, non publié.  
[https://www.researchgate.net/publication/279291155\\_New\\_Version\\_of\\_General\\_Relativity\\_that\\_Unifies\\_Mass\\_and\\_Gravity\\_in\\_a\\_Common\\_4D\\_Higgs-Compatible\\_Theory](https://www.researchgate.net/publication/279291155_New_Version_of_General_Relativity_that_Unifies_Mass_and_Gravity_in_a_Common_4D_Higgs-Compatible_Theory)



- [20] Sidharth BG (2008) "The Thermodynamic Universe", Cornell University, *International Institute of Applicable Mathematics & Information Sciences*, India, World Scientific, pp. 304. <https://doi.org/10.1142/6815>
- [21] Mansuripur M et Han Pin (2017) "Thermodynamics of Radiation Pressure and Photon Momentum", SPIE Digital Library, pp. 20. <https://doi.org/10.1117/12.2274589>
- [22] Horowitz, J (1950) "Remarques sur le calcul de la pression thermodynamique en statistique quantique", *J. Phys. Radium 11*, p. 241. <https://doi.org/10.1051/jphysrad:01950001105024100>
- [23] Newton I (1686) "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica", S. Pepys, *Reg. Soc. Praeses*, London, pp. 510. <https://doi.org/10.5479/sil.52126.39088015628399>
- [24] Ade PAR et al (2016) "Planck 2015 Results XIII. Cosmological Parameters", *Astronomy & Astrophysics manuscript no. Planck parameters 2015*, v. 594, pp. 1-67. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525830>
- [25] Bonamente M, Joy MK, La Roque SJ, and Carlstrom JE (2005) "Determination of the Cosmic Distance Scale from Sunyaev-Zel'dovich Effect and Chandra X-ray Measurements of High Redshift Galaxy Clusters", *The Astrophysical Journal*, v. 647, no 1, pp. 1-62. <https://doi.org/10.1086/505291>
- [26] Alpher RA, Herman RC (1948) "Evolution of the Universe", *Nature*, v. 162, pp. 774-775. <https://doi.org/10.1038/162774b0>
- [27] Boltzmann LE (translated by Sharp K and Matschinsky F) (2015) "Translation of Ludwig Boltzmann's Paper "On the Relationship between the Second Fundamental Theorem of the Mechanical Theory of Heat and Probability Calculations Regarding the Conditions for Thermal Equilibrium" Sitzungberichteder Kaiserlichen Akademieder Wissenschaften. Mathematisch-Naturwissen Classe. Abt. II, LXXVI 1877, pp. 373-435 (Wien. Ber. 1877,76:373-435). Reprinted in *Wiss. Abhandlungen*, Vol. II, reprint 42, p. 164-223, Barth, Leipzig, 1909", *Entropy*, 17, pp. 1971-2009. [https://doi.org/10.1142/9781848162938\\_0002](https://doi.org/10.1142/9781848162938_0002)
- [28] Hawking S (1969) "On the Rotation of the Universe", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 142, no. 2, pp. 129-141. <https://doi.org/10.1093/mnras/142.2.129>

- [29] Fennelly AJ (1976) "Effects of a Rotation of the Universe on the Number Counts of Radio Sources: Gödel's Universe", *The Astrophysical Journal*, v. 207, pp. 693-699. <https://doi.org/10.1086/154537>
- [30] Einstein A (1912) "The Speed of Light and the Statics of the Gravitational Field" (Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes), *Annalen der Physik*, v.347, no. 7, pp. 355-369. <https://doi.org/10.1002/andp.19123430704>
- [31] Llewellyn T (1926) "The Motion of the Spinning Electron", *Nature*, v. 117, no 514, pp. 514. <https://doi.org/10.1038/117514a0>
- [32] Taylor BN, Parker WH, Langenberg DN (1969), "Determination of  $e/h$ , Using Macroscopic Quantum Phase Coherence in Superconductors: Implications for Quantum Electrodynamics and the Fundamental Physical Constants", *Reviews of Modern Physics*, v. 41, n. 3. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.41.375>
- [33] Qing L et al. (2018) "Measurements of the gravitational constant using two independent methods", *Nature*, 560, pp 582-588. <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0431-5>
- [34] Weinberg S (1972) "Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity", *John Wiley & Sons*, New York, pp. 685, ISBN-10: 0471925675. <https://archive.org/details/WeinbergS.GravitationAndCosmology..PrinciplesAndApplicationsOfTheGeneralTheoryOf>

## 5. APPENDICE A : RÉOLUTION DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS

Dans cet appendice, nous allons nous attarder à expliciter en détails les calculs qui ont permis de résoudre le système de cinq équations à cinq inconnus. Utilisons l'équation (59) pour évaluer la constante gravitationnelle universelle  $G$  ainsi que l'équation (63) pour évaluer la constante de Hubble  $H_0$ .

Commençons par réécrire l'équation (4) sous une autre forme qui sera plus pratique et énumérons les autres équations de départ:

$$c = \frac{k}{n} \text{ où } n = \sqrt{\frac{1+y}{1-y}} \text{ et } y = \frac{2Gm_u}{r_u} \quad (73)$$

$$R_u = \frac{c}{H_0} \quad (74)$$

$$r_u = \frac{\beta c}{H_0} = \beta R_u \quad (75)$$

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \quad (76)$$

$$H_0 = \left. \frac{dv}{dr} \right|_{r=r_u} = \frac{\beta k y}{r_u} \left( \frac{1}{(1+y)\sqrt{1-y^2}} \right) \text{ où } y = \frac{2Gm_u}{k^2 r_u} \quad (77)$$

Dans ces équations, les valeurs inconnues sont:  $R_u$ ,  $r_u$ ,  $m_u$ ,  $\beta$  et  $k$ . C'est un système de 5 équations à 5 inconnues qui peut se résoudre mathématiquement.

Dans l'équation (73), nous isolons la valeur de  $k$  et nous obtenons l'équation (78).

$$k = c \sqrt{\frac{1+y}{1-y}} \quad (78)$$

Dans l'équation (77), nous isolons la valeur de  $k$  pour obtenir l'équation (79).

$$k = \frac{H_0 r_u}{y \beta} (1+y) \sqrt{1-y^2} \quad (79)$$

Faisons égaliser les équations (78) et (79) pour obtenir l'équation (80).

$$c \sqrt{\frac{1+y}{1-y}} = \frac{H_0 r_u}{y \beta} (1+y) \sqrt{1-y^2} \quad (80)$$

Utilisons les équations (74) et (75) dans l'équation (80) et simplifions pour obtenir l'équation (81).

$$y^2 + y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (81)$$

Tous les paramètres de  $y$  dans l'équation (73) sont strictement positifs. Par conséquent, la valeur de  $y$  est nécessairement positive :

$$y = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \quad (82)$$

En mettant le résultat de (82) dans l'équation (73), nous obtenons l'équation (83).

$$k = c\sqrt{2 + \sqrt{5}} \quad (83)$$

Dans l'équation (77), substituons la valeur de  $y$  devant la parenthèse par sa valeur algébrique :

$$H_0 = \frac{2Gm_u\beta}{kr_u^2} \left( \frac{1}{(1+y)\sqrt{1-y^2}} \right) \quad (84)$$

Dans l'équation (84), remplaçons la valeur de  $m_u$  par l'équation (76).

$$H_0 = \frac{2c^3\beta}{kr_u^2 H_0} \left( \frac{1}{(1+y)\sqrt{1-y^2}} \right) \quad (85)$$

Dans l'équation (85), utilisons les équations (75) et (83), et isolons  $\beta$ :

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{5}}} \left( \frac{1}{(1+y)\sqrt{1-y^2}} \right) \quad (86)$$

Dans l'équation (86), remplaçons  $y$  par l'équation (82) avec la valeur de  $\beta$ . Ensuite, énumérons les autres résultats provenant de la résolution de notre système d'équations et évaluons leur valeur approximative.

$$\beta = 3 - \sqrt{5} \quad (87)$$

$$k = c \cdot \sqrt{2 + \sqrt{5}} \approx 2 \cdot c \approx 6 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (88)$$

$$m_u \approx 1.8 \times 10^{53} \text{ kg} \quad (89)$$

$$R_u \approx 1.28 \times 10^{26} \text{ m} \quad (90)$$

$$r_u \approx 0.98 \times 10^{26} \text{ m} \quad (91)$$